Fisica Medica – Soluzione Esercizi

Roberto Guerra

roberto.guerra@unimi.it

Dipartimento di Fisica
Università degli studi di Milano

(1)

a) $x = 2P \cdot V \cdot (t/L)^2$

b) $x = 2\,\mathrm{kg}$

(2) Nelle somme e differenze, bisogna arrotondare il risultato alla stessa cifra del numero meno preciso. Nei prodotti e nei rapporti si deve arrotondare il risultato in modo che il numero totale di cifre significative sia lo stesso del numero meno preciso.

a) $x1 + x2 + x3 + x4 = 9.33 \approx 9.3$

b) $x1 + x2 \cdot \frac{x3}{x4} = 1.0$

c) $x1/x2 + x3/x4 = 0.5 + 0.50 = 1.0$

(3) Il moto è uniforme:

$$\Delta t = \Delta x / v = \frac{50\text{m}}{72/3.6\,\text{m/s}} = 50/20\,\text{s} = 2.5\,\text{s}$$

(4)

1 L = 1 dm^3 = 10^6 mm^3

quindi: 1 ml = 10^3 mm^3,

perciò: $N = \frac{V}{V_g} = \frac{20 \cdot 10^3\,\text{mm}^3}{25\,\text{mm}^3} = 800\,\text{gocce}$

(5)

$$V_l = 180\,\text{cm}^3 = 180\,\text{mL}$$

$$T_{c.l.} = \frac{20 \cdot 70 + 180 \cdot 20}{20 + 180}\,^\circ\text{C} = 25\,^\circ\text{C}$$

(6)

$$\Delta h = 20\,\text{m}$$

$$\Delta h = \tfrac{1}{2} g \Delta t^2$$

$$\Delta t = \sqrt{2\Delta h/g} = \sqrt{2 \cdot 20\,\text{m}/(10\,\text{m/s}^2)} = 2\,\text{s}$$

$$E_k = \tfrac{1}{2} m v^2 = \tfrac{1}{2} m (gt)^2 =$$

$$= \tfrac{1}{2} 2\,\text{kg} (10\,\text{m/s}^2 \cdot 2\,\text{s})^2 = 400\,\text{J}$$

(7)

$$m = 10\,\text{kg}$$

$$2a\Delta x = v_f^2 - v_i^2$$

dove $a = F/m$, $v_f = 4\,\text{m/s}$, e $v_i = 0$.

$$\Delta x = v_f^2/(2F/m) = 16\,\text{m}^2/\text{s}^2/(1\,\text{N/kg}) = 16\,\text{m}$$

$$L = F \cdot \Delta x = 5.0\,\text{N} \cdot 16\,\text{m} = 80\,\text{J}.$$

(8)

$$V = (10\,\mathrm{dm})^3 = 10^6\,\mathrm{cm}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 2.8\,\mathrm{g/cm}^3 \cdot 10^6\,\mathrm{cm}^3 =$$

$$= 2.8 \cdot 10^6\,\mathrm{g} = 2.8\,\mathrm{ton}$$

(9) L'energia termica richiesta per scaldare l'acqua è:

$$Q = mc\Delta T = 1\,\mathrm{kg} \cdot 4.2\,{}^{\mathrm{kJ}}/_{\mathrm{kg\cdot K}} \cdot 1\,\mathrm{K} = 4.2\,\mathrm{kJ}$$

e il tempo richiesto sarà dato da:

$$\Delta t = Q/P = 4.2\,\mathrm{kJ}/(0.42\,\mathrm{kJ/s}) = 10\,\mathrm{s}$$

(10)

a) $m = \rho \cdot V = 1\,\text{kg/m}^3 \cdot (4 \cdot 5 \cdot 3)\,\text{m}^3 = 60\,\text{kg}$

b) la massa rimane la stessa

c) $P = NkT/V = (m/m_{mol})kT/V =$

$= 3 \cdot 10^{27} \times 1.4 \cdot 10^{-23}\,\text{J/K} \times 300\,\text{K}/(60\,\text{m}^3) =$

$= 2.1 \cdot 10^5\,\text{Pa} = 2.1\,\text{atm}$

d) $P_{bott} = P \cdot V/V_{bott} =$

$= 2.1\,\text{atm} \times 60\,\text{m}^3/0.5 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 =$

$= 2.1\,\text{atm} \times 1.2 \cdot 10^5 \simeq 2.5 \cdot 10^5\,\text{atm}$

(11)

a) $\frac{F_1}{\pi R_1^2} = \frac{F_2}{\pi R_2^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{Mg}{\pi R_1^2} = \frac{F}{\pi R_2^2}$

$R_2 = \sqrt{\frac{F\,R_1^2}{M\,g}} = \sqrt{\frac{3600\,\text{kg m/s}^2 \times 1\,\text{m}^2}{10^3\,\text{kg} \times 10\,\text{m/s}^2}} = 0.6\,\text{m}$

b) Il lavoro si conserva:

$M\,g\,\Delta x_1 = F\,\Delta x_2$

$\Delta x_2 = \Delta x_1 \frac{M\,g}{F} = 30\,\text{cm} \frac{10^4\,\text{N}}{3600\,\text{N}} \simeq 83\,\text{cm}$

(12)

a) La portata in volume $Q = S \cdot v$ si conserva:

$\pi R_1^2 \cdot v_1 = \pi R_2^2 \cdot v_2$, quindi

$v_2 = v_1 \frac{R_1^2}{R_2^2} = 8\,\text{m/s}$

b) $p_1 + \frac{1}{2}\rho\, v_1^2 = p_2 + \rho\, g\, \Delta h + \frac{1}{2}\rho\, v_2^2$, perciò:

$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\,(v_2^2 - v_1^2) + \rho\, g\, \Delta h$

$\Delta p = \frac{1}{2} 10^3\,\text{kg/m}^3 \cdot 60\,\text{m}^2/\text{s}^2 + 10^3\,\text{kg/m}^3 \cdot 10\,\text{m/s}^2 \cdot 0.5\,\text{m} =$

$= 35000\,\text{Pa} = 0.7\,\text{atm}.$

(13) L'energia del cannone si strasforma in energia potenziale gravitazionale:

$E = m\,g\,\Delta h$, da cui:

$\Delta h = E/(m\,g)$

(14)

a) L'energia cinetica della sfera si converte in energia potenziale della molla:

$\frac{1}{2} m\,v^2 = \frac{1}{2} k\,\Delta x^2$

$\Delta x = \sqrt{m\,v^2/k} = v\sqrt{m/k}$

b) Oltre alla energia cinetica della sfera si somma l'energia potenziale rilasciata durante la compressione:

$\frac{1}{2} m\,v^2 + m\,g\,\Delta x = \frac{1}{2} k\,\Delta x^2$

$k\Delta x^2 - 2\,m\,g\,\Delta x - m\,v^2 = 0$

$\Delta x = \frac{mg \pm \sqrt{m^2 g^2 + k\;m\;v^2}}{k}$

(La soluzione con il segno meno è negativa e va scartata).

(15)

a) Energia termica ceduta: $Q = m_{acqua}\, c\, \Delta T$

Energia cinetica: $E_k = \frac{1}{2}\, m\, v^2$

$E_k = Q \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}\, m\, v^2 = m_{acqua}\, c\, \Delta T$

$$v = \sqrt{2\, m_{acqua}/m\, c\, \Delta T} =$$
$$= \sqrt{2 \times (10\,\mathrm{kg})/(588\,\mathrm{kg}) \times 4.2\,{}^{\mathrm{J}}/_{\mathrm{g \cdot K}} \times (90-20)\,\mathrm{K}} =$$
$$= \sqrt{10\,\mathrm{kJ/kg}} = \sqrt{10 \cdot 10^3\,\mathrm{J/kg}} = \sqrt{10 \cdot 10^3\,\mathrm{m^2/s^2}} =$$
$$= 100\,\mathrm{m/s}.$$

b) $E_k = F_a \cdot \Delta x = m\, g\, \mu_d \cdot \Delta x$

$$\Delta x = E_k/(m\, g\, \mu_d) = \frac{1}{2}\, v^2/(g\, \mu_d) = \frac{10^4\ \mathrm{m^2/s^2}}{2\ 10\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.5} = 1000\,\mathrm{m}.$$

(16) Avremo due equazioni del moto uniforme:

$$x_1 = x_1^0 + v_1 t \ \ , \ \ x_2 = x_2^0 + v_2 t$$

Ponendo $x_1 = x_2$ ricaviamo t:

$$t = \frac{x_2^0 - x_1^0}{v_1 - v_2} = \frac{20\,\mathrm{m}}{1.2\,\mathrm{m/s}} = 12.5\,\mathrm{s}$$

che sostituito a una delle due equazioni sopra ci darà x:

$$x = x_1^0 + v_1 t = x_2^0 + v_2 t = 2.5\,\mathrm{m}$$

(17) a) l'equazione del moto del vaso è

$$z = h - \frac{1}{2} g t^2$$

mentre quella della persona è

$$\Delta x = v_p t \quad \rightarrow \quad t = \Delta x / v_p$$

inserendo t nella prima otteniamo

$$z = h - \frac{1}{2} g (\Delta x / v_p)^2 = 5\,\mathrm{m}$$

quindi nel tempo in cui la persona percorre Δx il vaso si trova ad una altezza $z = 5\,\mathrm{m}$: non viene colpita.

b) poniamo $z = 0$, quindi $h - \frac{1}{2} g (\Delta x' / v_p)^2 = 0$, da cui

$$\Delta x' = v_p \sqrt{2h/g} = \sqrt{5}\,\mathrm{m}$$

(18)

a) $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{2\Delta x}{t^2} = 2\,\text{m/s}^2$

$F = ma = 160\,\text{N}$

b) $L = F\Delta x = 16 \times 10^3\,\text{J}$; $P = L/t = 1.6\,\text{kW}$.

c) La velocità all'arrivo sarà $v_i = a{\cdot}t = 20\,\text{m/s}$, e $v_f = 0$. Usiamo la formula $v_f^2 - v_i^2 = 2a_d\Delta x \quad \rightarrow \quad a_d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x} = -20\,\text{m/s}^2 = -2\,g$.

(19)

a) L'equazione di Bernoulli ci dice che

$\rho gh = \frac{1}{2}\rho v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2gh} = 30\,\text{m/s}$

b) in un tempo Δt l'acqua percorre uno spazio $\Delta L = v{\cdot}\Delta t$.

La potenza dell'acqua sarà data da

$P_{acqua} = \frac{E}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta L/v}$,

dove la massa dell'acqua $m = \rho S \cdot \Delta L = \rho\pi R^2 \Delta L$.

Quindi $P_{acqua} = \frac{1}{2}\rho\pi R^2 v^3 \simeq 424\,\text{kW}$,

mentre $P_{diga} = 0.7 P_{acqua} \simeq 300\,\text{kW}$.

(20) Il lavoro svolto va ad aumentare l'energia potenziale gravitazionale dell'oggetto: $L = mg\Delta h = 0.5\,\mathrm{J}$.

Alla fine del processo la pressione del gas dovrà sostenere il peso dell'oggetto: $p_f = \frac{mg}{\pi R^2} \simeq 318\,\mathrm{Pa}$.

Inoltre, $p_f = \frac{NkT}{V_f} = \frac{NkT}{\pi R^2 (h+\Delta h)}$.

Da queste ricaviamo $N = \frac{mg(h+\Delta h)}{kT}$,

e la pressione iniziale sarà:

$$p_i = \frac{NkT}{V_i} = \frac{mg(h+\Delta h)}{\pi R^2 h} = p_f \frac{h+\Delta h}{h} = 371\,\mathrm{Pa}.$$

(21)

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = mgh \quad \rightarrow \quad v_f = \sqrt{2gh} = 6\,\mathrm{m/s}.$$

$$L = mgh = 270\,\mathrm{J}$$

$$F_{\parallel} = \frac{L}{\Delta x} = \frac{L}{h/\sin(30^\circ)} = mg \sin(30^\circ) = mg/2 = 75\,\mathrm{N}.$$

(22)

$$E = m * g * \Delta h = Q = m * c * \Delta T$$

Quindi: $\Delta T = \frac{g * \Delta h}{c} = \frac{10 m/s^2 * 100 m}{4.2 \mathrm{J}/(\mathrm{g\,K})} = 0.24\,\mathrm{K}$

(23) $m = \rho * \frac{4}{3} * \pi * R^3 \simeq 0.04\,\mathrm{kg}$

$$\frac{1}{2} * k * \Delta l^2 = m * g * h$$

Quindi: $h = \frac{1}{2} * k * \Delta l^2 / (m * g) = 1.25\,\mathrm{m}$

(24)

$$P * V = N * k_B * T$$
$$P = M * g/(\pi R^2)$$
$$v_{mol} = V/N = k_B * T/P = k_B * T * (\pi R^2)/(M * g) = 1.0556 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{m}^3$$

(25)

a) $x = m * v^2/L^3$

$= kg * m^2/s^2/m^3 = (kg * m/s^2)/m^2$ = forza / superficie = pressione

b) $x = \frac{2\,\mathrm{kg} * 30^2\,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2}{0.05^2\,\mathrm{m}^2} = 7.2 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$

(26)

a) La forza di attrito e' proporzionale alla forza normale:

$F_a = \mu * F_n = \mu * m * g = 0.5 * 2\,\mathrm{kg} * 10\,\mathrm{m/s^2} = 10\,\mathrm{N}$

b) L'energia potenziale della molla si converte in lavoro L, che viene dissipato dalla forza di attrito nello spostamento:

$1/2 * k * \Delta l^2 = L = F_a * d \longrightarrow d = 1/2 * k * \Delta l^2 / F_a =$
$0.5 * 500\,\mathrm{N/m} * 0.1^2\,\mathrm{m^2}/10\,\mathrm{N} = 0.25\,\mathrm{m}$

c) L'energia dissipata dall'attrito e' esattamente pari al lavoro compiuto:
$E = L = F_a * d = 10\,\mathrm{N} * 0.25\,\mathrm{m} = 2.5\,\mathrm{J}$

(27)

a) Il lavoro e' dato da forza applicata F per spostamento Δx:

$\Delta x = 1/2 * a * t^2 = 1/2 * (F/m) * t^2$

$L = F * \Delta x = 1/2 * (F^2/m) * t^2 = 0.5 * \frac{50^2\,\mathrm{kg^2 m^2}}{\mathrm{s^4} * 80\,\mathrm{kg}} * 20^2\,\mathrm{s^2} = 6250\,\mathrm{J}$

b) In assenza di attrito l'energia cinetica corrisponde al lavoro svolto:

$\frac{1}{2} m\, v^2 = L \;\longrightarrow\; v = \sqrt{2\,L/m} = \sqrt{\frac{2 * 6250\,\mathrm{kg\,m^2}}{\mathrm{s^2}\;80\,\mathrm{kg}}} = 12.5\,\mathrm{m/s} = 45\,\mathrm{km/h}$

(28) Il volume del barile e' $V = \pi R^2 * h = 0.047\,\mathrm{m}^3$

L'energia richiesta per scaldare l'acqua e' $E = m * c * \Delta T = V * \rho * c * \Delta T$

La potenza e' data

da $P = E/t \longrightarrow t = E/P = V * \rho * c * \Delta T/P \simeq 7917\,\mathrm{s} \simeq 2.2\,\mathrm{h}$

(29) Il volume del palloncino e' $V = 4/3 * \pi * R^3$

il quale per principio di archimede riceve una spinta verso l'alto pari al peso spostato. C'e' da considerare la spinta verso il basso dovuta al peso dell'elio. La somma delle forze deve essere pari al peso da sollevare:

$V * (\rho_a - \rho_e) = m$

da cui ricaviamo il raggio del palloncino:

$R = \left(\frac{m}{(\rho_a - \rho_e) * \frac{4}{3} * \pi} \right)^{1/3} = 0.6\,\mathrm{m}$

(30)

a) Il lavoro compiuto dai freni deve eguagliare l'energia cinetica dell'automobile: $1/2 * m * v^2 = F * \Delta x$

$\longrightarrow F = 1/2 * m * v^2/\Delta x = 0.5 * 1000\,\text{kg} * (50/3.6)^2\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} * \frac{1}{20\,\text{m}} = 4822.53\,\text{N}$

b) I freni decelerano l'automobile con una accelerazione $F/m = a = \Delta v/\Delta t$

$\longrightarrow \Delta t = \Delta v/a = 2.88\,\text{s}$

In alternativa si poteva usare lo spostamento:

$\Delta x = 1/2 * a * t^2 = 1/2 * F/m * t^2$

$\longrightarrow \Delta t = \sqrt{2 * \Delta x * m/F} = \sqrt{2 * 20\text{m} * 1000\text{kg}/4822.53\text{N}} = 2.88\,\text{s}$