

Scienze Biomediche e della Prevenzione Sanitaria

FISICA – Lezione 9

Roberto Guerra

`roberto.guerra@unimi.it`

Dipartimento di Fisica
Università degli studi di Milano

Part IV

Cenni di teoria dei gas

Esercizio preliminare

Per preparare il caffelatte, versate in una tazza 200 ml di latte a 20°C e quindi 20 ml di caffè a 86°C .

Qual è la temperatura finale, supponendo che caffè e latte siano fisicamente uguali all'acqua?



Esercizio pre-preliminare

Supponete che le quantità in gioco di latte e caffè siano uguali: ad esempio, 200 ml ciascuno.

Qual è la temperatura finale, in questo caso?



Esercizio pre-preliminare

E se il latte fosse in quantità doppia rispetto al caffè? Ad esempio, 200 ml di latte e 100 ml di caffè.

Qual è la temperatura finale, in questo caso?



Esercizio preliminare

Per preparare il caffelatte, versate in una tazza 200 ml di latte a 20°C e quindi 20 ml di caffè a 86°C .

Qual è la temperatura finale, supponendo che caffè e latte siano fisicamente uguali all'acqua?



Esercizio preliminare

La soluzione è

$$T_{\text{caffelatte}} = \frac{V_{\text{latte}} \times T_{\text{latte}} + V_{\text{caffè}} \times T_{\text{caffè}}}{V_{\text{latte}} + V_{\text{caffè}}} = 26^{\circ}\text{C}.$$

Notate che non è necessario convertire i millilitri in metri cubi: l'unità di misura dei volumi si semplifica tra numeratore e denominatore.

La temperatura

Abbiamo svolto questo esercizio preliminare senza avere definito cosa sia la temperatura.

Proviamo ora a rispondere: **cosa è la temperatura?** Siamo davvero sicuri che si possa usare nelle equazioni come abbiamo appena fatto?

La temperatura

In questa parte del corso affrontiamo lo studio della **termodinamica**, ossia la branca della fisica che studia le trasformazioni di sistemi in cui ci siano scambi di massa ed energia.

(Noi tratteremo solo gli scambi di energia).

All'interno di questa parte del corso faremo anche alcuni accenni alla teoria dei gas.

Definizione sperimentale di temperatura

Dal punto di vista sperimentale, la temperatura si definisce tramite l'uso di qualche **proprietà termometrica**. Esempi:

1. L'allungamento di una barra metallica;
2. Il volume occupato da del mercurio in un tubo;
3. La resistenza elettrica di un materiale;
4. Etc.

Taratura di un termometro

Per tarare un termometro, occorre caratterizzare il suo comportamento su almeno due temperature (ipotizzando che la proprietà termometrica vari come una retta).

Il sistema di riferimento che usiamo nella vita quotidiana, la scala Celsius, usa le seguenti temperature:

1. Il punto fisso del ghiaccio (0°C);
2. Il punto fisso del vapore acqueo (100°C).

Il sistema Kelvin

Un sistema di riferimento derivato dal Celsius e molto più usato in fisica è il sistema di Kelvin: esso si ottiene tramite l'equazione

$$T_{\text{Kelvin}} = T_{\text{Celsius}} + 273.16.$$

L'unità di misura è il Kelvin, K, che si indica omettendo la parola “grado”. Quindi si dice ad esempio “20 gradi Celsius”, ma si dice “35 Kelvin”.

Il sistema Kelvin

L'importanza dei Kelvin sta nel fatto che il raffreddamento dei gas porta a una contrazione che dovrebbe ridurre il volume a zero arrivando alla temperatura

$$T_0 = -273.16^{\circ}\text{C}.$$

Tale temperatura si dice “zero assoluto”: e' il valore piu' basso di temperatura a cui e' possibile raffreddare un corpo.

Il sistema Kelvin

Alcune temperature della vita quotidiana misurate in Kelvin:

1. L'acqua ghiaccia a 273 K;
2. L'acqua bolle a 373 K;
3. La temperatura ambiente media è 20 °C, ossia 293 K, che di solito si arrotonda a 300 K.

Taratura di un termometro

Qualsiasi termometro ben calibrato deve segnare 0°C (o 273 K) quando misura la temperatura di ghiaccio che fonde, e deve segnare 100°C (373 K) quando misura la temperatura dell'acqua in ebollizione.

Il problema è che non è detto che a temperature diverse da questa, termometri diversi siano sempre in accordo.

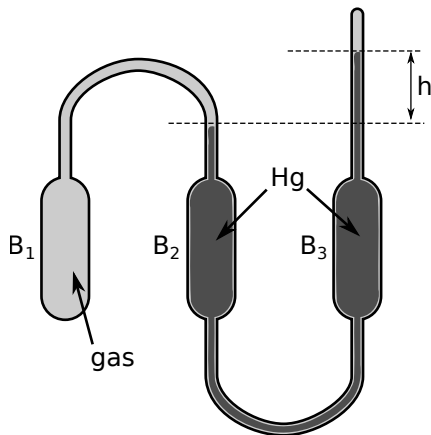
Definizione sperimentale di temperatura

Due proprietà termometriche molto usate sono il volume oppure la pressione di un gas rarefatto:

1. Se si misura la pressione, il volume va mantenuto costante;
2. Se si misura il volume, la pressione va mantenuta costante.

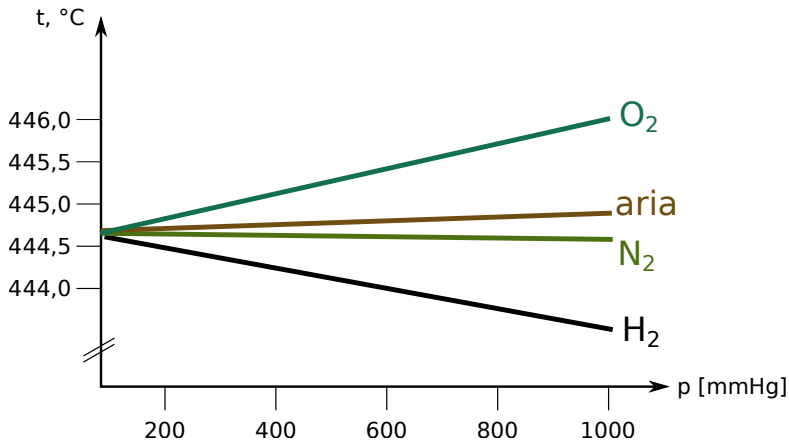
Questo tipo di termometri permette di fare misure più ripetibili.

Termometro a volume costante



Se il volume in B_1 varia, si alza o abbassa l'ampolla in B_3 in modo che il livello del mercurio in B_2 torni alla posizione iniziale, così da ripristinare il volume del gas in B_1 .

Il termometro a gas



Temperatura del punto di ebollizione dello zolfo, misurata con termometri a gas a volume costante. A basse pressioni ($\Rightarrow$ gas perfetti), tutti i termometri tendono al valore di 444,60 $^{\circ}\text{C}$.

Definizione sperimentale di temperatura

Nel caso di un termometro a gas a volume costante, la temperatura è data dall'espressione

$$T = 273.16 \text{ K} \frac{p}{p_3},$$

dove p_3 è la pressione del punto triplo dell'acqua, uno stato in cui coesistono in equilibrio acqua, vapor acqueo e ghiaccio. Ciò avviene alla temperatura di 0.01°C .

Notiamo che $T \propto p$.

Comportamento dei gas

Per quale motivo i gas permettono di misurare la temperatura da variazioni di volume e/o di pressione?

Occorre ricordare che, a differenza della maggior parte dei fluidi considerati nelle scorse lezioni, i gas sono **fluidi comprimibili**: non solo non hanno forma propria (come tutti i fluidi), ma neppure volume proprio.

La legge di Boyle-Mariotte

Partiamo presentando una legge che descrive la variazione di volume di un gas al variare della pressione ma **non** della temperatura. Essa prende il nome da Robert Boyle (1627–1691) e Edme Mariotte (1620–1684):

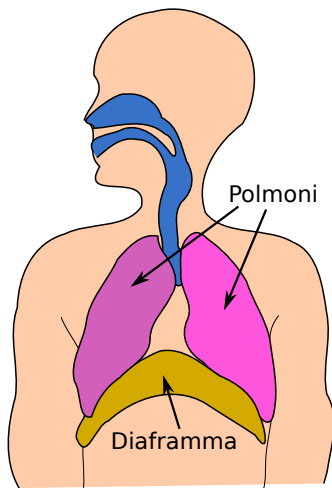
$$p \times V = \text{costante},$$

dove p è la pressione e V è il volume. Essa è valida solo se il gas non cambia la sua temperatura.

La legge di Boyle-Mariotte

La legge di Boyle-Mariotte fornisce una spiegazione qualitativa della respirazione.

Quando il diaframma si contrae, fa aumentare il volume dei polmoni. Questo diminuisce la pressione interna, e si instaura un flusso d'aria attraverso la bocca e il naso.



Legge dei gas perfetti

La legge di Boyle-Mariotte dice che a temperatura costante vale che

$$p \times V = \text{costante}.$$

D'altra parte, abbiamo visto che nei termometri a gas a volume costante vale che $p \propto T$. È quindi lecito ipotizzare che valga

$$\frac{p \times V}{T} = C,$$

con C costante, se esprimiamo T in Kelvin (in modo che non sia mai ≤ 0).

Legge dei gas perfetti

Se pensiamo a come si instaura la pressione a livello microscopico (urti di particelle contro le pareti), si può ipotizzare che

$$p \propto N,$$

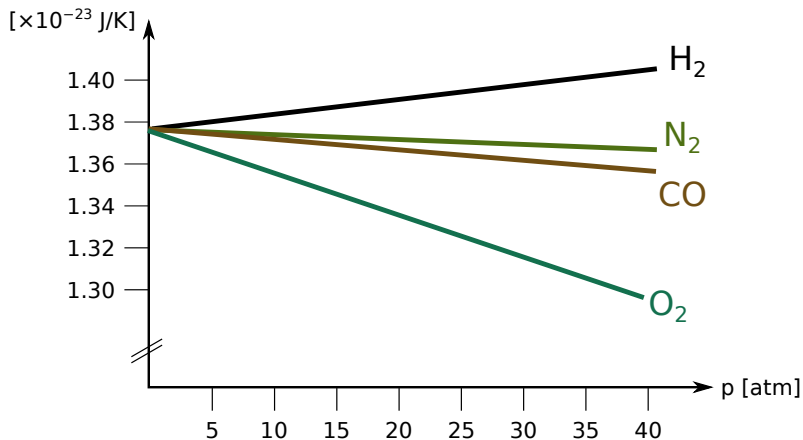
con N numero di particelle.

Mettendo insieme anche questa informazione, si arriva a dire che la quantità

$$\frac{p \times V}{N \times T} = k$$

è una costante. È davvero così?

Legge dei gas perfetti



A basse p il valore di k non dipende dal tipo di gas.

Legge dei gas perfetti

Ancora una volta vediamo che a basse pressioni i gas tendono a comportarsi allo stesso modo. La legge

$$pV = NkT$$

è detta **legge dei gas perfetti**, e k è detta “costante di Boltzmann”. Il suo valore è

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}.$$

Legge dei gas perfetti

La legge dei gas perfetti vale esattamente solo per gas **ideali**, ma è una buona approssimazione per i gas che incontriamo nella vita quotidiana: vapore acqueo, azoto, ossigeno, ...

Vediamo alcune implicazioni della legge.

Legge dei gas perfetti

Negli esercizi che incontreremo, solitamente avremo a che fare con gas chiuso in un recipiente. In tal caso il numero N di particelle ed il volume V non variano, e quindi la legge dei gas perfetti si riduce al fatto che

$$\frac{p}{T} = \frac{N \times k}{V} = \text{costante}.$$

Se la temperatura aumenta, la pressione aumenta ugualmente; vale ovviamente il viceversa.

Legge dei gas perfetti



<https://www.youtube.com/watch?v=SDnRMupozuY>

Legge dei gas perfetti

L'esperimento appena visto ci dà una prima spiegazione intuitiva del significato della “temperatura”.

La temperatura apparentemente è legata alla capacità del gas di compiere urti contro le pareti del contenitore. Infatti, se diminuisce T diminuisce anche la pressione, e viceversa.

Legge dei gas perfetti

A livello microscopico, si può dimostrare che le particelle di un gas ideale si muovono con un'energia cinetica media E_c pari a

$$E_c \approx \frac{3}{2}kT.$$

Quindi, all'aumentare della temperatura aumenta l'energia cinetica media, e di conseguenza anche la pressione del gas.

Legge dei gas perfetti

I gas reali non sono “perfetti”: non riproducono esattamente la legge dei gas perfetti.

Il motivo principale e' dovuto agli urti che avvengono continuamente tra gli atomi (o molecole) del gas stesso. Questi urti tendono a dissipare l'energia interna del gas, alterando il rapporto funzionale tra P , V , e T .

Quando pero' la temperatura e la pressione sono basse (ovvero basse densita' e basse velocita' degli atomi/molecole del gas), il numero di questi “urti” diminuisce, e i gas tendono a riprodurre meglio la legge.

Esempio

Cosa succede a una bottiglietta d'acqua da 500 mL se la svuoto, la chiudo ermeticamente e la lascio qualche ora in freezer a raffreddare?

Esempio

Siccome l'aria dentro la bottiglia è in un volume costante e il numero N di particelle non varia, allora p/T deve restare costante. Di conseguenza,

$$p' = \frac{T'}{T}p = \frac{250 \text{ K}}{300 \text{ K}}p = 0.8 \text{ atm.}$$

La pressione esterna continua ad essere 1 atm, quindi la bottiglia risente di una forza che la schiaccia. Quanto è grande questa forza?

Esempio

Se la superficie della bottiglietta è $S \approx 100 \text{ cm}^2$, allora la forza risultante complessiva è

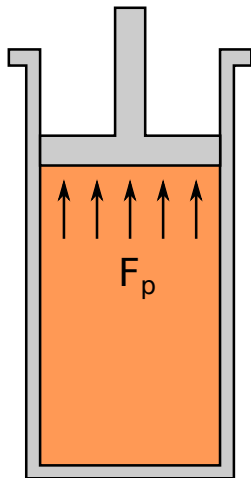
$$F = p \times S - p' \times S = (p - p') \times S \approx 200 \text{ N},$$

da pensare però distribuita su tutta la superficie e non in un unico punto.

Lavoro di espansione

Consideriamo ora un gas in un pistone, la cui parte terminale è inizialmente fissata con delle viti.

Nel momento in cui togliamo le viti, il pistone risente della forza di gravità (verso il basso) e della forza di pressione (verso l'alto).



Lavoro di espansione

Se il pistone si alza di una quota Δh , allora il lavoro compiuto dal gas è

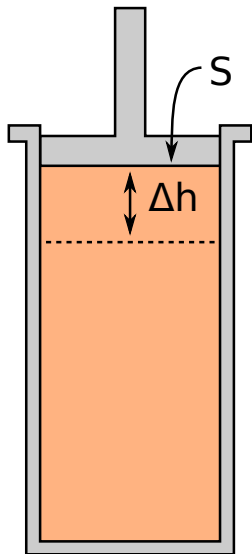
$$L_{\text{gas}} = F_p \times \Delta h,$$

dove

$$F_p = p' \times S,$$

e p' è la pressione finale del gas. Quindi

$$L_{\text{gas}} = p' \times S \times \Delta h = p' \times \Delta V.$$



Lavoro di espansione

Un gas può quindi compiere lavoro: nell'esempio appena fatto il lavoro è servito per alzare il pistone (i.e. aumentare la sua energia potenziale gravitazionale).

Usando la conservazione dell'energia abbiamo che

$$L_{\text{gas}} = mg\Delta h, \quad \rightarrow \quad p' = \frac{mg}{S}.$$

Com'è intuitivo, all'equilibrio la pressione del gas sul pistone deve bilanciare la forza peso del pistone stesso.

Esempio

Un recipiente metallico cubico di spigolo $L = 20$ cm contiene aria a $p = 1$ atm e $T = 300$ K. Esso viene sigillato e riscaldato alla temperatura $T' = 400$ K. Qual è la forza risultante su ogni parete del recipiente?

Il caso in esame è analogo alla bottiglietta messa in freezer, solo che qui il gas si scalda anziché raffreddarsi. Quindi la forza risultante sarà diretta verso l'esterno. Riusciamo a stimare quanto sarà la forza per analogia con quel problema?

Esempio

Siccome il recipiente viene sigillato, il volume in cui è confinato il gas resta costante, e quindi usiamo la formula

$$\frac{p}{T} = \frac{p'}{T'}.$$

La pressione finale è

$$p' = \frac{T'}{T}p,$$

quindi $p' > p$ perché $T' > T$.

Esempio

La forza complessiva sulle pareti del recipiente è la somma della forza del gas all'interno e dell'atmosfera all'esterno:

$$\begin{aligned} F_{\text{tot}} &= F_{\text{in}} - F_{\text{out}} = p' \times S - p_{\text{atm}} \times S = \\ &= \left(\frac{T'}{T} p - p_{\text{atm}} \right) \times S. \end{aligned}$$

Esempio

Siccome i dati del problema dicono che $p = p_{\text{atm}}$, possiamo ulteriormente semplificare la scrittura:

$$F_{\text{tot}} = \left(\frac{T'}{T} - 1 \right) \times p \times S = \frac{T' - T}{T} \times p \times S.$$

La superficie da considerare è quella di una faccia del cubo, quindi $S = L^2$:

$$F_{\text{tot}} = \frac{T' - T}{T} \times p \times L^2.$$

Esempio

Sostituiamo ora i valori numerici:

$$\begin{aligned} F_{\text{tot}} &= \frac{T' - T}{T} \times p \times L^2 = \\ &= \frac{100 \text{ K}}{300 \text{ K}} \times 10^5 \text{ Pa} \times (0.20 \text{ m})^2 = \\ &= \frac{1}{3} \times 10^5 \text{ Pa} \times 4.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2 = \\ &\approx 1.3 \times 10^3 \text{ N}. \end{aligned}$$

Esercizi

Le dimensioni di una stanza sono $6\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$. Calcolare il numero di particelle d'aria se la pressione è $p = 1\text{ atm}$ e la temperatura è $T = 300\text{ K}$ ($k = 1.38 \times 10^{-23}\text{ J/K}$). [R: circa 2×10^{27}]

*Lo pneumatico di un'automobile ha un volume di $13.5 \times 10^3\text{ cm}^3$ e contiene aria alla pressione **relativa** di 1.5 atm quando la temperatura è -3°C . Qual è la pressione relativa quando la temperatura sale a 24°C e il volume aumenta a $15 \times 10^3\text{ cm}^3$? [R: resta praticamente la stessa]*

Esercizi

Suggerimenti per l'ultimo esercizio:

1. Se scrivete in modo furbo l'equazione algebrica, vi renderete conto che non è necessario fare conversioni di unità di misura (es., atm $\rightarrow$ Pa, cm³ $\rightarrow$ m³);
2. Facendo rapporti tra volumi/temperature finali ed iniziali si ottengono frazioni facili da trattare. Se infatti usate questa identità:

$$\frac{x}{x'} = 1 + \frac{x - x'}{x'},$$

allora non serve la calcolatrice per fare i conti.

Part V

Termodinamica

Nascita della termodinamica

La nascita della termodinamica avviene nel XIX secolo, quando in piena rivoluzione industriale si inizia a sfruttare il vapore per produrre lavoro.



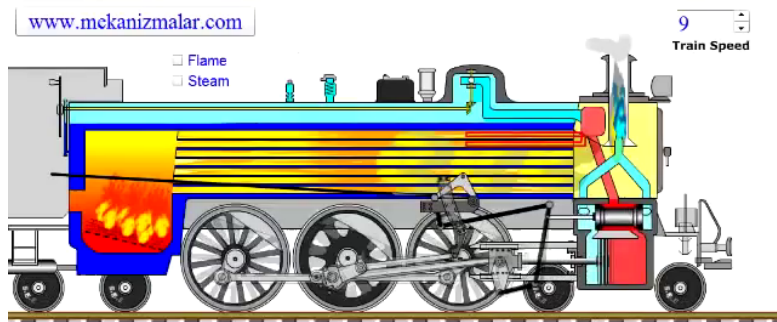
Housatonic Railroad (UK), 1881.

Nascita della termodinamica

Le grandi energie intellettuali dedicate allo sviluppo della termodinamica furono legate all'idea che il vapore potesse essere usato per compiere lavoro, come abbiamo visto nell'esempio del gas nel pistone.

Vediamo il funzionamento tipico di una locomotiva a vapore.

La locomotiva a vapore



© S.E 2012

www.youtube.com/mekanizmalar

<https://www.youtube.com/watch?v=d10pJzWtk8g>

Temperatura ed energia

Appare quindi evidente che deve esserci qualche legame tra le variazioni di temperatura del gas ed il lavoro che può essere compiuto da esso.

Primo principio della termodinamica

In questo corso ci limitiamo all'enunciato del primo principio della termodinamica, e accenniamo solo brevemente al secondo e al terzo.

Esso è una formulazione più estesa del principio di conservazione dell'energia.

Primo principio della termodinamica

Il primo principio dice che l'energia totale di un sistema all'interno di un ambiente si conserva secondo la seguente relazione:

$$Q - L = \Delta E_{\text{int}} ,$$

dove Q è il “calore” assorbito dal sistema, L è il lavoro compiuto dal sistema, e ΔE_{int} è la variazione dell'energia interna del sistema (ad esempio, l'energia cinetica degli atomi del gas).

Primo principio della termodinamica

La variazione di energia interna è legata alla variazione di temperatura:

$$\Delta E_{\text{int}} = mc \Delta T,$$

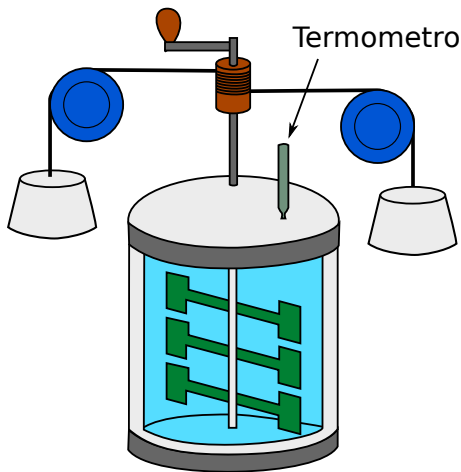
dove m è la massa della sostanza, c è una costante chiamata **calore specifico** ($[c] = \text{J/kg K}$) che varia a seconda della sostanza, e ΔT è la variazione di temperatura.

La quantità Q è detta “calore”, e come il lavoro non è una proprietà del sistema. È piuttosto qualcosa che viene scambiato tra due corpi. In assenza di lavoro ($L = 0$), si ha quindi

$$Q = mc \Delta T,$$

In fisica si usa la convenzione che $Q > 0$ se il sistema si scalda, $Q < 0$ se si raffredda.

Esempio: l'esperimento di Joule



Lasciando cadere i pesi, l'acqua si scalda.

Esempio: l'esperimento di Joule

Facendo cadere e risalire più volte i pesi, Joule fu in grado di stabilire l'equivalenza tra calore e lavoro (della forza gravitazionale).

Con tale esperimento stabilì che per l'acqua il calore specifico è

$$c_{\text{acqua}} = 4186 \text{ J/kg K} \equiv 1 \text{ cal/g K},$$

dove la “caloria” è definita come

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}.$$

Calore specifico

Se risolviamo l'equazione

$$Q = mc\Delta T$$

rispetto a ΔT , abbiamo che

$$\Delta T = \frac{Q}{mc}.$$

A parità di Q , più grande è c , più difficile è far variare la temperatura di un corpo.

Calore specifico

Materiale	Calore specifico
	[kJ/kg K]
Acqua	4.2
Aria	1.0
Ferro	0.44
Mercurio	0.14

Esempio

Di quanto si scaldano 10 L di acqua in un secchio che cade da un'altezza di 10 m?

Assegnamo dei simboli alle quantità:

$$V = 10 \text{ L} = 10^{-2} \text{ m}^3,$$

$$h = 10 \text{ m}.$$

Esempio

All'inizio della caduta supponiamo $v_0 = 0$. Man mano che il secchio cade, converte la sua energia potenziale mgh in energia cinetica $1/2 mv^2$ ("energia interna", secondo la terminologia del primo principio).

Quando però l'acqua impatta il suolo, l'energia cinetica torna ad essere nulla: l'energia interna si è convertita in calore.

Esempio

Usiamo il primo principio:

$$Q = \Delta E_{\text{int}},$$

dove abbiamo assunto che il lavoro compiuto al momento dell'impatto sia nullo.

Nel momento dell'urto, l'energia cinetica (interna) si converte in calore. Quindi

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 = \Delta E_{\text{int}} = Q = mc\Delta T.$$

e di conseguenza $gh = c\Delta T$.

Esempio

Il risultato è

$$\Delta T = \frac{gh}{c} = \frac{10 \text{ m/s}^2 \times 10 \text{ m}}{4.184 \times 10^3 \text{ J/kg K}} =$$
$$\approx 2.5 \times 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}.$$

Notiamo che se al posto di 10 L di acqua ci fossero stati 10 L di ferro ($c_{\text{Fe}} \approx 0.4 \times 10^3 \text{ J/kg K}$), la temperatura si sarebbe alzata di circa $0.25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ripresa dell'esercizio iniziale

Ricordate l'esercizio iniziale?

Per preparare il caffelatte, versate in una tazza 200 ml di latte a 20°C e quindi 20 ml di caffè a 86°C . Qual è la temperatura finale, supponendo che caffè e latte siano fisicamente uguali all'acqua?

Ripresa dell'esercizio iniziale

Motiviamo ora la soluzione usando il primo principio della termodinamica.

Quando si versa il caffè caldo nel latte, la differenza di temperatura tra i due instaura uno scambio di calore.

Ripresa dell'esercizio iniziale

Il caffè cede un'energia pari a

$$Q_{\text{caffè}} = m_{\text{caffè}} c (T_f - T_0^{\text{caffè}}) \quad (Q < 0),$$

mentre il latte acquista un'energia pari a

$$Q_{\text{latte}} = m_{\text{latte}} c (T_f - T_0^{\text{latte}}) \quad (Q > 0).$$

Ripresa dell'esercizio iniziale

La somma dell'energia acquistata e ceduta deve fare zero:

$$Q_{\text{latte}} + Q_{\text{caffè}} = 0,$$

quindi

$$m_{\text{latte}}c(T_f - T_0^{\text{latte}}) + m_{\text{caffè}}c(T_f - T_0^{\text{caffè}}) = 0,$$

$$(m_{\text{caffè}} + m_{\text{latte}})T_f = m_{\text{caffè}}T_0^{\text{caffè}} + m_{\text{latte}}T_0^{\text{latte}},$$

$$T_f = \frac{m_{\text{caffè}}T_0^{\text{caffè}} + m_{\text{latte}}T_0^{\text{latte}}}{m_{\text{caffè}} + m_{\text{latte}}}.$$

Ripresa dell'esercizio iniziale

Siccome $m = \rho V$, e siccome supponiamo che il caffè ed il latte abbiano le stesse proprietà fisiche, allora l'espressione appena ottenuta diventa

$$T_f = \frac{V_{\text{caffè}} T_0^{\text{caffè}} + V_{\text{latte}} T_0^{\text{latte}}}{V_{\text{caffè}} + V_{\text{latte}}},$$

che è la soluzione a cui eravamo arrivati intuitivamente.

Esercizi

Quanti Joule di energia termica sono necessari per aumentare la temperatura di 20 kg di acqua da 10 °C a 20 °C, supponendo che non si compia lavoro? Supporre $c_{acqua} = 4.2 \text{ kJ/kg K}$. [R: 840 kJ]

Per spingere a velocità costante una cassa contenente 5 kg d'acqua bisogna esercitare una forza di 210 N. Dopo averla spinta per 10 m, di quanto si è scaldata l'acqua? Supporre $c_{acqua} = 4.2 \text{ kJ/kg K}$. [R: 0.1 K]

Esercizi

Il calore specifico di un metallo viene determinato misurando la variazione di temperatura che si produce quando si pone un pezzo riscaldato del metallo in un recipiente isolato fatto dello stesso materiale e contenente acqua. Il pezzo di metallo ha massa 100 g ed è a 100°C ; il recipiente ha massa di 200 g e contiene 500 g di acqua alla temperatura iniziale di 15.0°C . La temperatura finale del sistema è 20.0°C . Qual è il calore specifico del metallo? Supporre $c_{\text{acqua}} = 4.2 \text{ kJ/kg K}$. [R: 1.5 kJ/kg K]