Scienze Biomediche e della Prevenzione Sanitaria FISICA – Lezione 7

Roberto Guerra roberto.guerra@unimi.it

Dipartimento di Fisica Università degli studi di Milano

Fisica dei fluidi

Part IV

Cos'è un fluido

In fisica, per "fluido" si intende una sostanza in forma gassosa o liquida, ossia senza forma propria.

Se sufficientemente scaldate, tutte le sostanze diventano fluide. Ma non tutte lo sono a temperatura ambiente.

Caratteristiche dei fluidi

I fluidi sono sistemi decisamente diversi da quelli che abbiamo studiato fino a questo punto del corso:

- 1. Sono composti da tante particelle in interazione tra loro;
- Siamo interessati alla variazione delle loro caratteristiche medie, non tanto alla variazione nella posizione delle loro particelle.

Programma di questa parte

- 1. Concetti di base
- 2. Cinematica e dinamica
- 3. Lavoro ed Energia
- 4. Fisica dei fluidi
 - 4.1 Fluidostatica
 - 4.2 Fluidodinamica
 - 4.3 Cenni di teoria dei gas
- 5. Termodinamica

Densità numerica e di massa

Visto che un fluido è composto da molte particelle, iniziamo introducendo due quantità che ne caratterizzano il loro numero:

- 1. La densità numerica, n;
- 2. La densità di massa, ρ (spesso chiamata semplicemente "densità").

Densità numerica e di massa

La densità numerica *n* è definita come il numero di particelle per unità di volume:

$$n = \frac{N}{V},$$
 $[n] = m^{-3}.$

La densità ρ è definita come la massa per unità di volume:

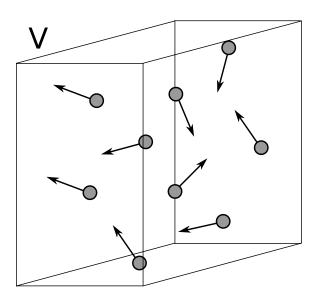
$$ho = rac{\mathsf{M}}{\mathsf{V}} = rac{\mathsf{N}\mathsf{m}}{\mathsf{V}}, \qquad [
ho] = \mathrm{kg/m^3},$$

dove *m* è la massa di una particella. Ovviamente

$$\rho = m \times n$$
.

Densità numerica e di massa





L'aria è un fluido composto da vari gas; il più diffuso (78 %) è l'azoto (N_2) , con massa

$$m = 2.34 \times 10^{-26} \,\mathrm{kg}.$$

La densità numerica dell'aria al livello del mare è circa

$$n = 5.22 \times 10^{25} \,\mathrm{m}^{-3} = 52.2 \times 10^6 \times 10^9 \times 10^9 \,\mathrm{m}^{-3},$$

e quindi la densità è

$$\rho = m \times n = 1.22 \,\mathrm{kg/m^3}.$$

La molecola d'acqua è H₂O, con massa

$$m = 3.01 \times 10^{-26} \,\mathrm{kg}.$$

La densità numerica dell'acqua a temperatura ambiente è

$$n = 3.33 \times 10^{28} \,\mathrm{m}^{-3} = 33.3 \times 10^9 \times 10^9 \times 10^9 \,\mathrm{m}^{-3}$$

e quindi la densità è

$$\rho = m \times n = 10^3 \, \text{kg/m}^3 = 1 \, \text{kg/L}.$$

Il ferro è costituito da un reticolo di atomi, ciascuno di massa

$$m = 9.33 \times 10^{-26} \,\mathrm{kg}.$$

La densità numerica del ferro a temperatura ambiente è

$$n = 8.44 \times 10^{28} \,\mathrm{m}^{-3} = 84.4 \times 10^9 \times 10^9 \times 10^9 \,\mathrm{m}^{-3},$$

e quindi la densità è

$$\rho = m \times n = 7.87 \times 10^3 \,\mathrm{kg/m^3} = 7.87 \,\mathrm{kg/dm^3} = 7.87 \,\mathrm{kg/L}.$$

La pressione



Un'altra quantità rilevante nel caso dei fluidi è la pressione, ossia la forza esercitata per unità di area:

$$P = \frac{F}{A},$$
 $[P] = N/m^2 \equiv Pa.$

Il "Pascal" è l'unità di misura del S.I. per la pressione.

La forza esercitata dalla pressione è sempre perpendicolare alla superficie considerata.

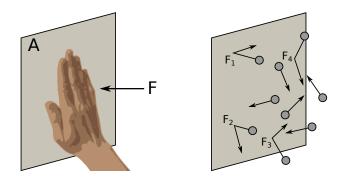
La pressione

Anche se la pressione trova un'applicazione naturale nella fisica dei fluidi (tante particelle), si può calcolare la pressione esercitata anche da singoli oggetti solidi.

Ad esempio, la pressione della mano appoggiata al tavolo è

$$P = \frac{F}{A_{\text{mano}}}.$$

La pressione



Direzione della forza di pressione

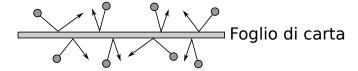
L'immagine precedente ci aiuta a capire la direzione della forza associata alla pressione. Essa è dovuta alla componente della velocità delle particelle di fluido perpendicolare alla superficie.

Ecco perché la forza di pressione di un fluido è sempre perpendicolare alle pareti del recipiente.

- ► La pressione atmosferica al livello del mare è 10⁵ Pa, ossia 1 atm (da sapere);
- La pressione subacquea a 1000 m di profondità è circa 100 atm;
- Di conseguenza, la pressione subacquea aumenta di 1 atm ogni 10 m di profondità;
- ► Ad un'altezza di 10 km (quota a regime degli aerei di linea), la pressione atmosferica è tra 0.2 e 0.3 atm.

Esempio: la pressione atmosferica

Se consideriamo un foglio di carta sospeso a mezz'aria, è evidente che la pressione su ciascuna di esse sia uguale sulle due facce (superiore/inferiore).

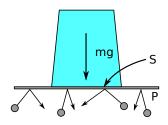


Le due pressioni quindi si pareggiano, e l'effetto netto è nullo: il foglio non va né in su, né in giù a causa della pressione.

Esperimento del bicchiere capovolto



Esperimento del bicchiere capovolto



Il peso dell'acqua nel bicchiere è di qualche Newton (150 g \rightarrow 1.5 N). Se la superficie di base è 20 cm², la pressione atmosferica (10⁵ Pa) esercita una forza

$$10^5 \, \mathrm{N/m^2} \times 2 \times 10^{-3} \, \mathrm{m^2} = 200 \, \mathrm{N}$$
 ,

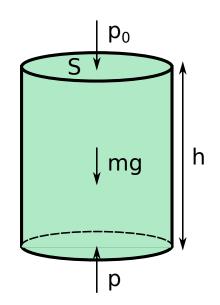
circa equivalente al peso di ∼20 kg ovvero 20 litri di acqua.

Nel caso di un fluido soggetto a forza di gravità, la pressione dipende sia dal moto casuale delle particelle, sia dal peso di ciascuna delle masse delle molecole.

La relazione tra peso e profondità è detta legge di Stevino, e si ricava dalle leggi della dinamica.

Consideriamo il caso di un contenitore cilindrico pieno di fluido, con base di area *S*.

La base del recipiente avverte il peso della massa *M* di fluido, in aggiunta alla forza di pressione.



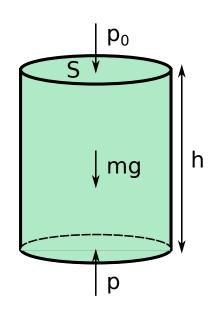
Di conseguenza, la superficie inferiore ha una pressione maggiore di quella superiore (p_0):

$$p = p_0 + \frac{M \times g}{S} =$$

$$= p_0 + \frac{\rho \times V \times g}{S} =$$

$$= p_0 + \frac{\rho \times S \times h \times g}{S} =$$

$$= p_0 + \rho \times h \times g.$$



Il risultato vuol dire che, aumentando la profondità in cui ci si immerge in un fluido, aumenta anche la pressione.

Tale aumento è proporzionale alla profondità (*h*): raddoppiando la profondità, raddoppia l'aumento di pressione.

Applicabilità della legge

La legge di Stevino fa un'assunzione forte: suppone che la densità non cambi con la profondità.

Questo è vero solo se si considerano piccoli incrementi di profondità, oppure se il fluido in questione è un liquido (ossia incomprimibile).

Ad esempio, salendo di quota la densità $\,\rho\,$ dell'atmosfera diminuisce.

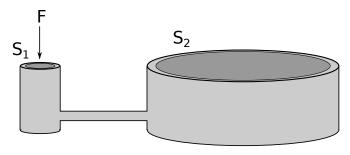
Il principio di Pascal

Un'altra assunzione della nostra derivazione della legge è che la superficie inferiore sia perpendicolare alla forza di gravità.

In realtà la legge di Stevino vale per recipienti di qualsiasi forma. Una conseguenza di ciò è il principio di Pascal:

"La pressione applicata a un liquido racchiuso in un recipiente si trasmette invariata a ogni punto del liquido e alle pareti del recipiente."

Un'applicazione del principio di Pascal è il torchio idraulico:



Supponendo che i due pistoni del torchio idraulico abbiano un raggio di 2 cm e 20 cm, che forza bisogna applicare al pistone piccolo per sollevare un'automobile di 1500 kg?

Assegnamo ad ogni quantità dei simboli:

$$M = 1500 \,\mathrm{kg},$$
 $R_1 = 2 \,\mathrm{cm},$ $R_2 = 20 \,\mathrm{cm}.$

La forza peso della macchina è Mg; essa produce una pressione

$$P=\frac{Mg}{\pi R_2^2},$$

che si trasmette al pistone piccolo.

Per pareggiare la pressione occorre una forza F tale che

$$\frac{F}{\pi R_1^2} = P = \frac{Mg}{\pi R_2^2}.$$

Risolvendo per F, si ottiene

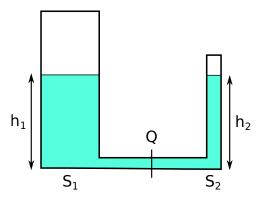
$$F = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} \times Mg = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \times Mg = \frac{1}{100} \times Mg = \frac{15\,000\,\text{N}}{100} = 150\,\text{N}.$$

Ovviamente, deve comunque valere la conservazione dell'energia! La forza applicata sulla sinistra deve quindi spostare il pistone piccolo di un tratto più lungo di quanto si sollevi il pistone grande.

I torchi idraulici sono usati ad esempio nelle poltrone che usano i barbieri e i dentisti.

Vasi comunicanti

Un'applicazione immediata della legge di Stevino è il principio dei vasi comunicanti.



Dati h_1 , S_1 ed S_2 , vogliamo determinare h_2 .

Vasi comunicanti

Per la legge di Stevino, alla base dei due vasi le pressioni sono

$$p_1 = p_{\mathsf{atm}} +
ho g h_1,$$
 $p_2 = p_{\mathsf{atm}} +
ho g h_2.$

Ma le pressioni p_1 e p_2 devono essere uguali, se il fluido è in equilibrio (cioè è fermo): basta pensare a cosa succede nel punto Q. Quindi

$$p_1 = p_2 \quad \rightarrow \quad h_1 = h_2.$$

Vasi comunicanti

Se nei due vasi vengono versati due fluidi di densità diversa, è facile vedere (dimostratelo!) che l'altezza h_2 è data dalla formula

$$h_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1.$$

Se quindi uno dei due fluidi è meno denso, la sua colonna è più alta: ciò è intuitivo.

ESERCIZI

- Il peso di un libro di larghezza 15 cm e altezza 25 cm esercita una pressione di 80 Pa sul banco sul quale é appoggiato. Sapendo che il suo coefficiente di attrito (statico) é $\mu_s=0.4$, quale forza F_{min} occorre applicare per spostare il libro? Applicando tale forza per 1 secondo, qual é il lavoro compiuto nello spostamento? ($\mu_d=0.3$) Qual é la potenza media erogata?

- Un barile cilindrico di raggio $R=40\,\mathrm{cm}$ e altezza $L=1.5\,\mathrm{m}$ viene completamente riempito di acqua. Qual è l'aumento di peso [in kg] del barile? Qual è la pressione sul fondo del contenitore?