

# Scienze Biomediche e della Prevenzione Sanitaria

## FISICA – Lezione 4

Roberto Guerra

`roberto.guerra@unimi.it`

Dipartimento di Fisica  
Università degli studi di Milano

## Part II

### Le leggi della dinamica

# Le tre leggi di Newton

1. Un corpo persiste nel suo stato iniziale di quiete o moto rettilineo uniforme, a meno che non sia soggetto all'azione di forze esterne.
2. L'accelerazione  $a$  di un corpo di massa  $m$  è legata alla forza **totale** esterna  $F$  agente su di esso:

$$m a = F_{tot}$$

3. Se un corpo A esercita una forza  $F$  sul corpo B, il corpo B esercita una forza  $-F$  sul corpo A (principio di azione e reazione).

## La forza normale

Se in questo momento agisce su di noi la forza di gravità, perché non cadiamo verso il basso?

Le sedie su cui siamo seduti esercitano una forza opposta a quella di gravità (per chi è in piedi, lo fa il pavimento). Questa si chiama forza “normale” (nel senso di perpendicolare), e si indica con  $F_N$ . Essa bilancia tutte le forze che spingono verso il basso, in modo che il corpo sia in quiete.

## La forza di attrito

La forza di attrito  $F_a$  agisce sempre in senso opposto al movimento di un corpo, e accade quando il corpo striscia (o rotola) contro un altro.

Essa è sempre proporzionale alla forza normale  $F_N$  (che quantifica quanto il corpo aderisce alla superficie su cui striscia):

$$F_a \leq -\mu F_N,$$

dove  $\mu$  è il *coefficiente d'attrito* (numero puro compreso tra 0 e 1).

## La forza di attrito

Applicando una forza ad un oggetto fermo su un piano, la forza di attrito si opporrà alla forza esterna, e la bilancerà in modo che esso rimanga fermo.

Il segno ' $\leq$ ' indica che la forza di attrito può bilanciare la forza esterna fino a raggiungere un valore massimo pari a  $\mu F_N$ .

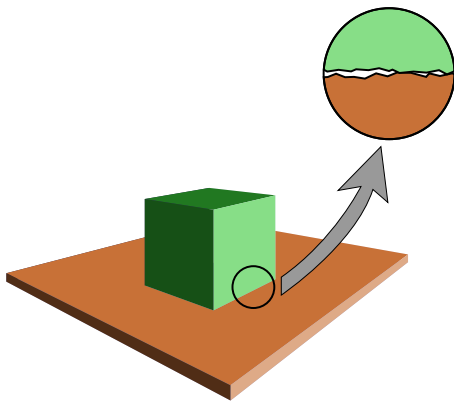
Quando la forza esterna supera tale valore massimo l'oggetto accelera (la forza esterna diventa maggiore della forza di attrito).

## La forza di attrito

Per un corpo in movimento, in assenza di altre forze, la forza di attrito è circa costante e vale  $\mu F_N$  ed è diretta in senso contrario al moto.

Pertanto un corpo in movimento, per via dell'attrito, decelera fino a fermarsi.

## La forza di attrito



Contrariamente all'intuizione, l'attrito non dipende dall'area di contatto.

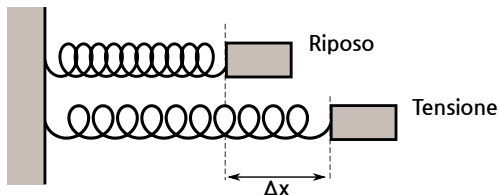
# La forza di attrito

L'attrito è sempre maggiore nel caso in cui si deve spostare un corpo fermo (attrito **statico**,  $\mu_s$ ), rispetto a quello in cui il corpo è già in movimento (attrito **dinamico**,  $\mu_d$ ).

In breve:

$$0 < \mu_d < \mu_s \leq 1.$$

# La forza di Hooke

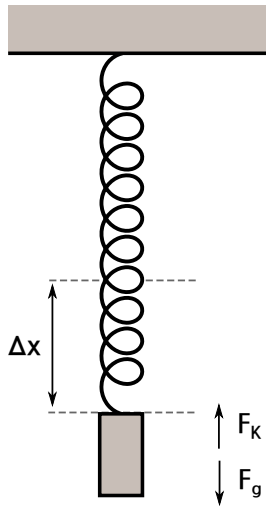


Se una molla viene tesa o compressa di una lunghezza  $\Delta x$ , la forza di richiamo è

$$F_K = -k \Delta x,$$

dove  $k$  è detta **costante di Hooke**, e dipende dalla molla ( $[k] = \text{N/m}$ ). Il segno meno indica che la forza si oppone sempre alla variazione.

## La forza di Hooke



Nel caso di una molla verticale, l'allungamento è causato dalla gravità, e si ricava dall'equazione

$$F_{tot} = m a = 0 \rightarrow -mg - k \Delta x = 0,$$

con  $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$ .

La soluzione è

$$\Delta x = \frac{-mg}{k}.$$

(analisi dimensionale ok?)

Si noti che siccome  $-mg$  è negativo (verso il basso) anche  $\Delta x$  lo è.

## Esempi della seconda legge



<https://www.youtube.com/watch?v=eCMmmEEy000>

## Vero o Falso?



1. Se un corpo non ha accelerazione, si può concludere che su di esso non agiscono forze.
2. Se su un corpo agisce una sola forza, è obbligato ad accelerare.
3. Se su un corpo agisce una sola forza non potrà mai avere velocità nulla.
4. Se A è grande il doppio di B, si può dire che  $m_A = 2 m_B$ .

## Prima e seconda legge

Notiamo che se la somma delle forze su un corpo è nulla, allora  $ma = 0$ , e quindi  $a = 0$ : il moto è rettilineo uniforme. La seconda legge è quindi consistente con la prima.

## Direzione delle forze

L'enunciato della seconda legge di Newton che abbiamo dato è stato semplificato rispetto all'originale. Un'aspetto importante su cui abbiamo sorvolato è infatti la **direzione** lungo cui si applica una forza.

Cosa succede infatti se su un corpo agisce una forza diretta lungo la verticale (es., la gravità) e contemporaneamente una diretta orizzontalmente (es., il vento che lo spinge)?

## Direzione delle forze

Se sono presenti contemporaneamente forze orizzontali e forze verticali, il problema si risolve scrivendo la legge di Newton due volte, una volta includendo le sole forze orizzontali, e una volta includendo le sole forze verticali:

$$m a_{\text{orizz}} = \sum_i F_i^{\text{orizz}},$$

$$m a_{\text{vert}} = \sum_i F_i^{\text{vert}}.$$

Il caso di forze **oblique** non è affrontato in questo corso.

## Direzioni delle forze

Esempio: lanciamo una freccia orizzontalmente da una altezza  $h = 1.5 \text{ m}$  con una velocità  $v = 60 \text{ m/s}$ . A quale distanza arriva la freccia?

Scomponiamo il moto in orizzontale e verticale:

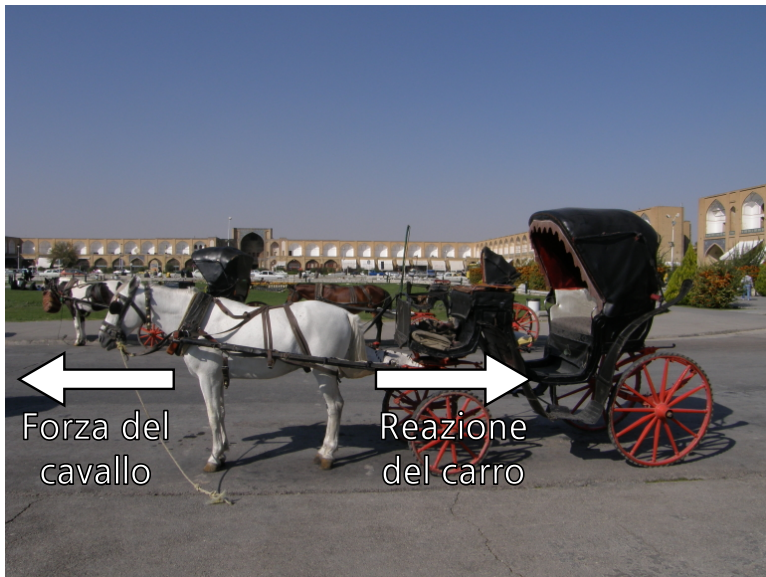
- Il moto verticale è quello di caduta libera con velocità iniziale nulla, pertanto la legge oraria  $h = \frac{1}{2}gt^2$  ci dice che la freccia toccherà terra in un tempo  $t = \sqrt{2h/g} \simeq 0.55 \text{ secondi}$ .
- Il moto orizzontale è con velocità costante, non essendovi forze lungo  $x$  (se trascuriamo l'attrito dell'aria). Pertanto, in questo tempo la freccia avrà percorso orizzontalmente una distanza  $\Delta x = v \cdot t = 60 \text{ m/s} \cdot 0.55 \text{ s} \simeq 33 \text{ m}$ .

## La terza legge

La terza legge di Newton mette in relazione le forze agenti tra corpi interagenti tra loro: *“Se un corpo A esercita una forza  $F$  sul corpo B, il corpo B esercita una forza  $-F$  sul corpo A (principio di azione e reazione)”*.

È molto diversa dalle prime due leggi, che riguardano corpi isolati, ed è facile fraintenderne il significato!

## La terza legge

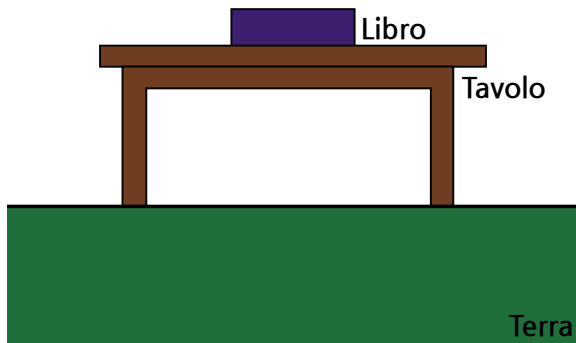


# La terza legge

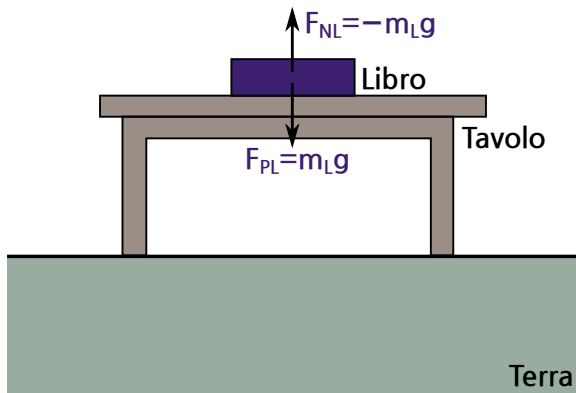
Esempi di applicazione della terza legge:

- ▶ Forze normali;
- ▶ Il contraccolpo quando si spara con un'arma da fuoco;
- ▶ Indolenzimento delle spalle quando si porta uno zaino pesante;
- ▶ etc.

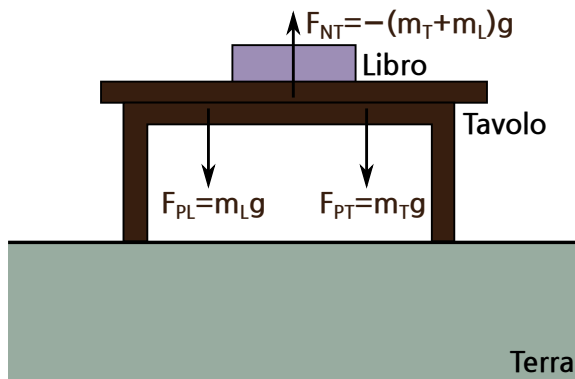
## Esempio della terza legge



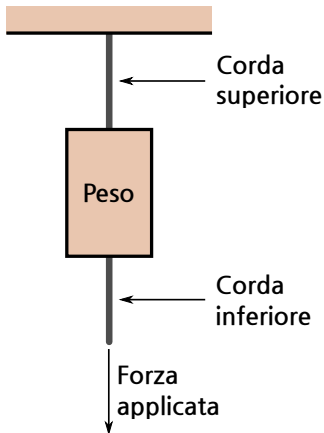
## Esempio della terza legge



## Esempio della terza legge



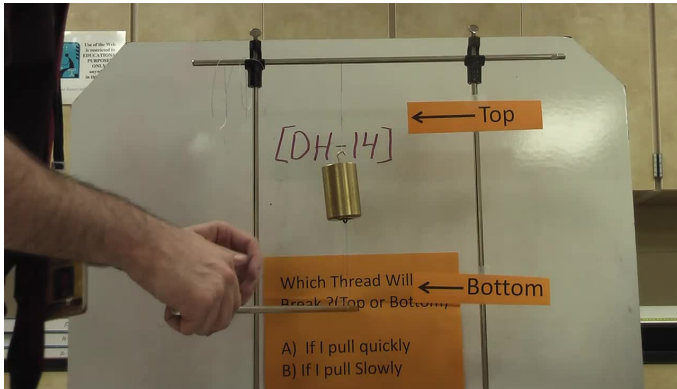
# Esempio delle tre leggi



Supponiamo di avere un peso legato al soffitto come da figura.

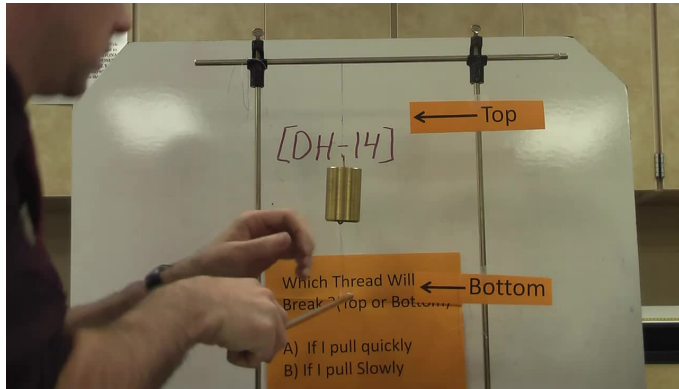
Se tiriamo la corda inferiore lentamente o bruscamente, quale corda si spezza?

# Esempio delle tre leggi



<https://www.youtube.com/watch?v=X00CLRbQzss>

# Esempio delle tre leggi



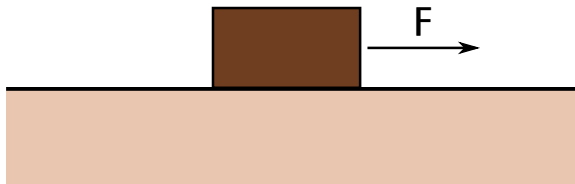
<https://www.youtube.com/watch?v=X00CLRbQzss>

## Esempio delle tre leggi

La spiegazione è da cercarsi nel principio di inerzia:

1. Tirando bruscamente, il peso è lento a muoversi e la corda superiore non fa in tempo a risentire della forza;
2. Tirando lentamente, l'effetto della forza ha tempo di propagarsi sulla corda superiore, che risente anche del peso e quindi si rompe prima.

## Esercizio svolto (1)



### Esercizio

*Un blocco di massa  $m = 6 \text{ kg}$  è inizialmente fermo su un piano orizzontale privo di attrito. Su di esso agisce una forza orizzontale  $F = 4 \text{ N}$ . Domande:*

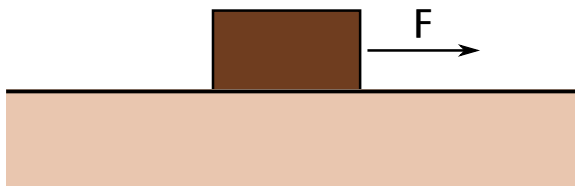
- 1. Quanto vale la sua accelerazione?*
- 2. Per quanto tempo deve agire la forza per raggiungere la velocità  $v_f = 2 \text{ m/s}$ ?*
- 3. Quanta strada percorre in questo tempo?*

## Esercizio svolto (1)

Iniziamo col prevedere l'ordine di grandezza delle risposte:

1. Una forza di 4 N è piccola, corrisponde al peso di un oggetto di 4 etti: quindi ci aspettiamo un'accelerazione piccola.
2. Il tempo necessario per raggiungere  $2 \text{ m/s}$  dipende dal valore dell'accelerazione, che ancora non sappiamo: lasciamo da parte gli ultimi due punti per il momento.

## Esercizio svolto (1)



L'accelerazione si ricava dalla legge

$$ma = F \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{4 \text{ N}}{6 \text{ kg}} \approx 0.7 \text{ m/s}^2.$$

## Esercizio svolto (1)

Siccome la forza non varia, l'accelerazione è costante, quindi il moto è rettilineo uniformemente accelerato. Vale la formula

$$v_f = v_0 + at,$$

dove  $v_0 = 0$ ,  $v_f = 2 \text{ m/s}$  e  $a = F/m$ :

$$v_f = \frac{F}{m}t \quad \rightarrow \quad t = \frac{mv_f}{F} = \frac{6 \text{ kg} \times 2 \text{ m/s}}{4 \text{ kg m/s}^2} = 3 \text{ s}.$$

## Esercizio svolto (1)

Infine, si può trovare la distanza percorsa usando l'equazione

$$x_f = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{1}{2} a t^2,$$

oppure mediante l'equazione

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{v_f^2}{2a}.$$

Usiamo entrambi i modi: dovremmo ottenere lo stesso risultato.

## Esercizio svolto (1)

Usando la prima formula, otteniamo che

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}\left(\frac{mv_f}{F}\right)^2 = \frac{mv_f^2}{2F} = \frac{6\text{ kg} \times (2\text{ m/s})^2}{2 \times 4\text{ N}} = \\ &= 3\text{ m}.\end{aligned}$$

## Esercizio svolto (1)

Usando la seconda formula, otteniamo che

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{v_f^2}{2a} = \frac{mv_f^2}{2F} = \\ &= 3 \text{ m},\end{aligned}$$

ossia siamo arrivati alla medesima formula, come volevasi dimostrare.

## Esercizio svolto (2)

*Un aeroplano di 12 tonnellate è in volo alla velocità di 870 km/h. Che valore ha la spinta esercitata dall'aria (portanza) sull'aeroplano?*

## Esercizio svolto (2)

Nel testo non si assegnano simboli ai numeri del problema, quindi facciamo noi:

$$m = 12 \text{ ton},$$

$$v = 870 \text{ km/h},$$

$$F_P = ?.$$

Il problema è particolare, perché la presenza della velocità  $v$  (870 km/h) potrebbe trarre in inganno. Ma la soluzione del problema non dipende da  $v$ .

## Esercizio svolto (2)

La richiesta del problema è quello di calcolare la portanza dell'aria,  $F_P$ . Essa è semplicemente la forza che permette all'aereo di volare senza perdere quota:

$$F_{tot} = F_P + F_p,$$

così che all'equilibrio

$$ma = F_P + F_p = 0.$$

Quindi

$$\begin{aligned} F_P = -F_p &= -(-mg) = 12 \text{ ton} \times 10 \text{ m/s}^2 = \\ &= 1.2 \times 10^5 \text{ N}. \end{aligned}$$

$F_P$  risulta positiva, quindi diretta verso l'alto, come ci aspettavamo.

## Esercizio svolto (2)

La velocità orizzontale dell'aereo non è però inutile, perché è essa che genera la portanza. Se i suoi motori si fermassero, l'aereo infatti precipiterebbe!

A parte la sua dipendenza dalla velocità  $v$ , la portanza si comporta come la forza normale: essa si oppone sempre a qualche altra forza (es., la gravità), e non può mai essere superiore a essa:

$$|F_P| \leq |F_g|.$$

## Esercizio svolto (3)

*In un gioco del tiro alla fune modificato, due squadre spingono in direzioni opposte una slitta di 25 kg ferma su una strada ghiacciata. Se le due squadre esercitano rispettivamente le forze di 90 N e di 92 N, quale sarà l'accelerazione della slitta?*

Ancora una volta, il testo non associa simboli ai numeri, quindi lo facciamo noi:

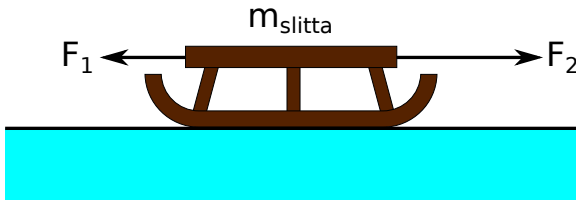
$$F_1 = -90 \text{ N},$$

$$F_2 = 92 \text{ N},$$

$$m_{\text{slitta}} = 25 \text{ kg}.$$

## Esercizio svolto (3)

È sempre opportuno iniziare da un disegno:



Possiamo ignorare la forza peso e la forza normale esercitata dal ghiaccio, perché ai fini del gioco contano solo gli spostamenti orizzontali, quindi le forze orizzontali  $F_1$  e  $F_2$ .

## Esercizio svolto (3)

Se le due squadre applicano forze lievemente diverse è facile prevedere che a vincere sarà la squadra che esercita la forza maggiore ( $F_2$ ).

Siccome però le due forze differiscono di poco, ci aspettiamo un'accelerazione piccola della slitta.

## Esercizio svolto (3)

La seconda legge di Newton nella direzione orizzontale si scrive così:

$$ma = F_1 + F_2.$$

Il problema richiede di calcolare  $a$ , quindi risolviamo algebricamente:

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_1 + F_2}{m} = \frac{-90 \text{ N} + 92 \text{ N}}{25 \text{ kg}} = \frac{2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2}{25 \text{ kg}} = \\ &= \frac{2}{25} \text{ m/s}^2 = \frac{8}{100} \text{ m/s}^2 = 8.0 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Il risultato è positivo, quindi la slitta si muoverà verso destra.

## Esercizio svolto (3)

Se per completezza vogliamo includere nella trattazione anche le forze verticali, le due forze in gioco sono la forza peso e la forza normale, che si devono bilanciare:

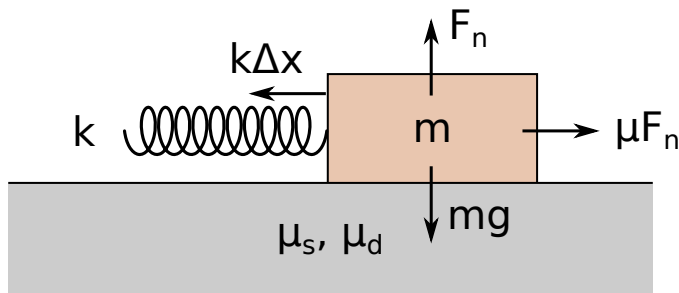
$$F_p + F_N = 0.$$

## Esercizio svolto (4)

*Un blocco di massa  $m = 4 \text{ kg}$  si trova su un piano con coefficienti di attrito  $\mu_s = 0.7$ ,  $\mu_d = 0.4$ . Ad esso è agganciata una molla con costante elastica  $k = 100 \text{ N/m}$ . (1) Quanto occorre allungare la molla per mettere in movimento il blocco? (2) Appena il blocco inizia a muoversi, che accelerazione ha?*

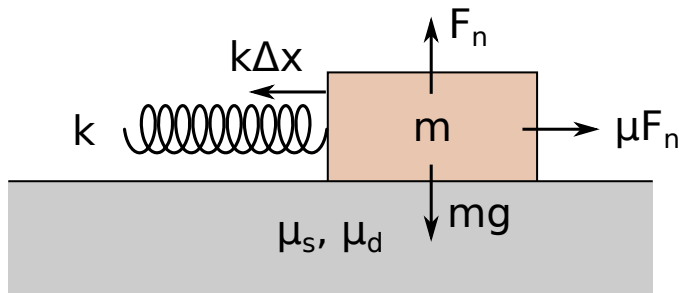
## Esercizio svolto (4)

Le quantità nel testo dell'esercizio sono già associate a simboli ( $m$ ,  $k$ ,  $\mu_s$ ,  $\mu_d$ ), passiamo a rappresentare graficamente il problema.



## Esercizio svolto (4)

Proviamo ad azzardare una stima del risultato, avendo presente il grafico:



e ricordando che

$$m = 4 \text{ kg}, \quad k = 100 \text{ N/m}, \quad \mu_s = 0.7, \quad \mu_d = 0.4, \quad g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

## Esercizio svolto (4)

Lungo l'asse orizzontale, quello che ci interessa, sono in gioco due forze: la forza elastica  $F_k$  e la forza di attrito statico  $F_{st}$ . Esse hanno espressione

$$F_k = -k \Delta x,$$

$$F_{st} \leq \mu_s F_n = \mu_s \times mg.$$

## Esercizio svolto (4)

La forza  $F_{st}$  si “adatta” in modo da pareggiare sempre la forza  $F_k$  e mantenere fermo il blocco. Ma essa non può superare il valore

$$\mu_s \times F_n,$$

oltre il quale non può crescere. Tale valore limite si ottiene quando  $\Delta x$  è sufficientemente grande da rendere vera l'uguaglianza

$$-k \Delta x + \mu_s F_n = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{\mu_s F_n}{k}.$$

È un risultato ragionevole?

Notare che  $\Delta x$  è positivo (la molla si allunga).

## Esercizio svolto (4)

Appena la molla si allunga di  $\Delta x$ , il corpo inizia a muoversi. In questo passaggio, l'attrito si trasforma da statico a dinamico, e la forza risultante è

$$\begin{aligned} F_{tot} &= F_k + \mu_d F_n = -k \Delta x + \mu_d \times mg = \\ &= m a. \end{aligned}$$

Risolvendo, si ottiene che

$$\begin{aligned} a &= -\frac{k}{m} \Delta x + \mu_d \times g = \\ &= -\frac{k}{m} \times \frac{\mu_s \times mg}{k} + \mu_d \times g = \\ &= (-\mu_s + \mu_d) \times g. \end{aligned}$$

Siccome  $g > 0$  e  $\mu_d > \mu_s$ , risulta  $a < 0$ , quindi l'accelerazione è verso sinistra, come atteso.

## Esercizio svolto (4)

Avendo i risultati in forma algebrica, calcoliamoli ora in forma numerica:

$$\Delta x = \frac{\mu_s \times mg}{k} = \frac{0.7 \times 4 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2}{100 \text{ N/m}} = 28 \text{ cm},$$

$$a = (\mu_d - \mu_s) \times g = (0.4 - 0.7) \times 10 \text{ m/s}^2 = -3 \text{ m/s}^2.$$

## Esercizio svolto (4)

Avendo i risultati in forma algebrica, calcoliamoli ora in forma numerica:

$$\Delta x = \frac{\mu_s \times mg}{k} = \frac{0.7 \times 4 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2}{100 \text{ N/m}} = 28 \text{ cm},$$

$$a = (\mu_d - \mu_s) \times g = (0.4 - 0.7) \times 10 \text{ m/s}^2 = -3 \text{ m/s}^2.$$

Ricordate: il calcolo dei risultati in forma numerica è sempre l'ultimo passo nella risoluzione degli esercizi. Mai sostituire i dati prima di avere la soluzione in forma algebrica.

# Come affrontare gli esercizi sulle forze

Prima di buttarsi a capofitto nei calcoli, è opportuno seguire i seguenti passaggi nella soluzione degli esercizi di fisica:

1. Pensare a quali equazioni sono applicabili e quali no;
2. Fare un disegno schematico, in cui si riportano le forze e le loro direzioni (orizzontale/verticale, positiva/negativa);
3. Ricavare la formula risolutiva e verificarla con analisi dimensionale;
4. Fare una stima approssimativa del risultato;
5. Calcolare il risultato e confrontare con la stima precedente.

## Esercizi

- ▶ Un vaso di massa  $m = 2 \text{ kg}$  cade da una altezza  $h = 20 \text{ m}$  (sesto piano). Quanto tempo impiega ad arrivare a terra? Con quale velocità tocca terra?
- ▶ Un corpo di massa  $m = 10 \text{ kg}$  viene spinto da una forza costante  $F = 5 \text{ N}$ . Se parte da fermo, qual è la distanza  $\Delta x$  che ha percorso quando raggiunge la velocità di  $4 \text{ m/s}$ ?
- ▶ Un aereo a reazione parte da fermo dalla pista e accelera per il decollo con  $a = 3 \text{ m/s}^2$ . Possiede due motori a reazione, ognuno dei quali esercita una spinta di  $1.2 \times 10^5 \text{ N}$ . Quanto pesa l'aeroplano?