

Scienze Biomediche e della Prevenzione Sanitaria

FISICA – Lezione 3

Roberto Guerra

`roberto.guerra@unimi.it`

Dipartimento di Fisica
Università degli studi di Milano

Part II

Cinematica e dinamica: il moto rettilineo uniforme

Programma del corso

1. Concetti di base
2. Cinematica e dinamica
 - 2.1 Posizione, velocità, accelerazione
 - 2.2 Moto rettilineo uniforme
 - 2.3 Moto rettilineo uniformemente accelerato
 - 2.4 Le tre leggi di Newton
3. Energia
4. Termodinamica
5. Fisica dei fluidi

Esercizi sul moto rettilineo

- ▶ Un podista percorre 2 km in 10 min. Qual è il valore della sua velocità media in m/s? E in km/h?
- ▶ Un'automobile impiega 40 min per percorrere un tragitto alla velocità di 144 km/h. Quale distanza ha percorso?

Esercizi sul moto rettilineo

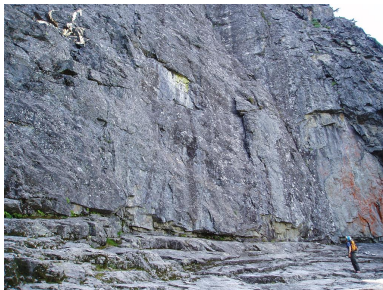
- ▶ Quanto impiega un aereo a reazione supersonico (= che viaggia più velocemente del suono) che vola a 1.5 volte la velocità del suono per attraversare l'Atlantico, che è largo circa 5100 km? Supporre che la velocità del suono sia 340 m/s .
- ▶ Quanto impiegherebbe per fare lo stesso viaggio un aereo subsonico (= che viaggia più lentamente del suono) che vola a una velocità pari a 0.5 volte quella del suono?

Part II

Cinematica e dinamica: il moto
rettilineo uniformemente accelerato

Problema

Stiamo passeggiando in montagna, sotto una parete di roccia alta 300 m. Si stacca dalla cima un masso che ci cade addosso.



Facciamo in tempo a scansarci? Con che velocità il masso si schianta al suolo (o sulla nostra testa)?

Corpi in caduta libera

Un corpo in caduta libera cade con velocità via via crescente. La velocità aumenta di circa 10 m/s ogni secondo che passa.

Si tratta di un moto con accelerazione costante (a patto di trascurare la resistenza dell'aria):

$$a \simeq 10 \text{ m/s}^2 \equiv g.$$

Il moto rettilineo uniformemente accelerato

Il moto rettilineo uniformemente accelerato ha le seguenti caratteristiche:

1. È un **moto**: quindi è descritto da una legge oraria;
2. È **rettilineo**: quindi avviene lungo una coordinata (solitamente si usa x o d per moti orizzontali, e h o y per moti verticali).
3. L'accelerazione a è costante. La velocità media e quella istantanea **non** coincidono!

Similitudine tra moto uniforme e uniformemente accelerato

Nel moto rettilineo uniforme la distanza percorsa aumenta linearmente col tempo. Se $v = 1 \text{ m/s}$, allora ogni secondo la distanza aumenta di 1 m:

$$x = x_0 + vt.$$

Nel moto rettilineo uniformemente accelerato la velocità aumenta linearmente col tempo. Se $a = 1 \text{ m/s}^2$, allora ogni secondo la velocità aumenta di 1 m/s:

$$v = v_0 + at.$$

Legge oraria del moto accelerato

Quale distanza percorre nel tempo t un corpo sottoposto ad accelerazione costante a ?

La risposta non è semplice, vediamo perché.

Legge oraria del moto accelerato

Se l'accelerazione impressa è $a = 10 \text{ m/s}^2$ e il corpo parte da fermo ($v_0 = 0$), allora la velocità aumenta secondo la tabella seguente:

Tempo	Velocità
0 s	0 m/s
1 s	10 m/s
2 s	20 m/s
3 s	30 m/s

Legge oraria del moto accelerato

Potremmo usare la formula

$$x = x_0 + vt$$

per calcolare la distanza percorsa durante ogni secondo:

Tempo	Velocità	Distanza
0 s	0 m/s	0
1 s	10 m/s	10 m
2 s	20 m/s	10 m + 20 m = 30 m
3 s	30 m/s	30 m + 30 m = 60 m

Legge oraria del moto accelerato

Il problema della tabella che abbiamo fatto è che il risultato dipende dagli intervalli di tempo considerati (noi abbiamo usato $\delta t = 1 \text{ s}$).

Supponiamo di procedere ad intervalli di **mezzo** secondo, anziché un secondo, ossia $\delta t = 0.5 \text{ s}$.

Legge oraria del moto accelerato

Tempo	Velocità	Distanza
0 s	0 m/s	0
0.5 s	5 m/s	2.5 m
1 s	10 m/s	2.5 m + 5 m = 7.5 m
1.5 s	15 m/s	7.5 m + 7.5 m = 15 m
2 s	20 m/s	15 m + 10 m = 25 m
2.5 s	25 m/s	25 m + 12.5 m = 37.5 m
3 s	30 m/s	37.5 m + 15 m = 52.5 m

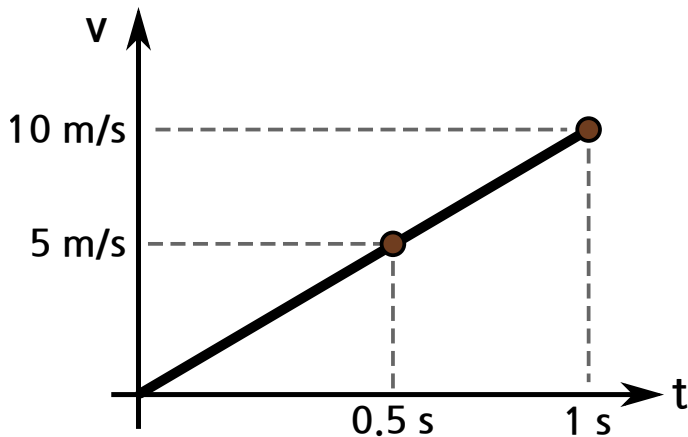
Legge oraria del moto accelerato

Se combiniamo le due tabelle, vediamo che la predizione della distanza percorsa ai tempi $t = 1\text{ s}$, 2 s , 3 s è differente:

Tempo	Distanza 1 ($\delta t = 1\text{ s}$)	Distanza 2 ($\delta t = 0.5\text{ s}$)
1 s	10 m	7.5 m
2 s	30 m	25 m
3 s	60 m	52.5 m

Col secondo metodo la distanza è sempre inferiore.

Legge oraria del moto accelerato



Legge oraria del moto accelerato

È quindi chiaro che né la prima né la seconda soluzione è quella corretta per calcolare la distanza percorsa. La seconda però si avvicina di più al risultato.

La soluzione corretta si otterrebbe usando un valore piccolissimo dell'incremento temporale δt , perché così si seguirebbero le più minute variazioni di velocità.

Legge oraria del moto accelerato



La legge oraria del moto rettilineo uniformemente accelerato è la seguente:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

dove:

- ▶ x_0 è la posizione iniziale (in molti casi si può porre uguale a zero);
- ▶ v_0 è la velocità iniziale (se il corpo parte da fermo, $v_0 = 0$);
- ▶ a è l'accelerazione, che resta costante.

Legge oraria del moto accelerato

Nell'esempio precedente la distanza percorsa ($x - x_0$) varia in questo modo:

Tempo	Distanza
1 s	$\frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 (1 \text{ s})^2 = 5 \text{ m}$
2 s	$\frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 (2 \text{ s})^2 = 20 \text{ m}$
3 s	$\frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 (3 \text{ s})^2 = 45 \text{ m}$

(Supponiamo che $x_0 = 0$; inoltre, ricordate che il corpo parte da fermo, quindi $v_0 = 0$).

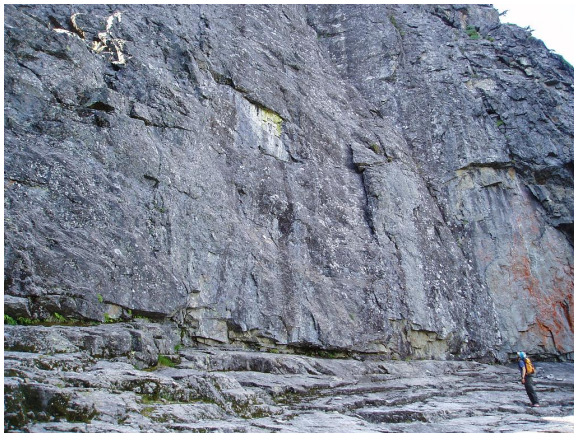
Legge oraria del moto accelerato

Nell'esempio precedente, la distanza percorsa si confronta così con le nostre stime:

Tempo	Distanza 1 ($\delta t = 1\text{ s}$)	Distanza 2 ($\delta t = 0.5\text{ s}$)	Distanza vera
1 s	10 m	7.5 m	5 m
2 s	30 m	25 m	20 m
3 s	60 m	52.5 m	45 m

Problema

Torniamo al problema della passeggiata. Il masso cade da un'altezza $h = 300$ m.



Problema

La formula da applicare è ovviamente la legge oraria, ma non ci serve la distanza perché la sappiamo già: all'inizio della caduta è $h = 300$ m, alla fine ovviamente $h = 0$.

La formula che ci serve è comunque la legge oraria, ma l'incognita è t :

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2.$$

Però l'equazione presenta un problema!

Problema

Se poniamo $h_0 = 300$ m (quota iniziale del masso) e $v_0 = 0$, vediamo che l'altezza segue questo andamento col passare del tempo:

Tempo	Altezza
0 s	$h_0 + 0 = 300$ m
1 s	$h_0 + \frac{1}{2}10 \text{ m/s}^2(1 \text{ s})^2 = 305$ m
2 s	$h_0 + \frac{1}{2}10 \text{ m/s}^2(2 \text{ s})^2 = 320$ m
3 s	$h_0 + \frac{1}{2}10 \text{ m/s}^2(2 \text{ s})^2 = 345$ m

Il sasso **sale** di quota!

Segno dell'accelerazione

Il problema nasce dal fatto che non siamo stati chiari sul sistema di riferimento da usare.

Nel caso specifico, la gravità agisce per **diminuire** l'altezza del sasso, non aumentarla. Quindi dobbiamo porre

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

dove $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$ e il segno negativo indica che l'accelerazione è diretta verso il basso.

Tempo di caduta

Quindi se vogliamo adottare la formula standard

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,$$

dobbiamo ricordarci di mettere il segno negativo in v_0 e in a se sono dirette verso il basso (moto verticale) o verso sinistra (moto orizzontale).

Come detto prima, siamo interessati al tempo, quindi dobbiamo risolvere rispetto a t .

Tempo di caduta

Scriviamo esplicitamente i termini numerici del problema, per capire cosa abbiamo a disposizione e cosa no:

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 300 \text{ m} + 0 - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$0 = 300 \text{ m} - \frac{1}{2} 10 \text{ m/s}^2 t^2$$

$$0 = 600 \text{ m} - 10 \text{ m/s}^2 t^2.$$

Tempo di caduta

Riscriviamo l'equazione nel modo seguente:

$$-10 \text{ m/s}^2 t^2 + 600 \text{ m} = 0$$

È chiaro che si tratta di un'equazione della forma

$$at^2 + bt + c = 0,$$

ossia una **parabola**, dove

1. $a = -10 \text{ m/s}^2$,
2. $b = 0$,
3. $c = 600 \text{ m}$.

Tempo di caduta

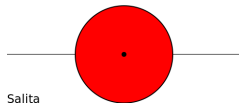
Abbiamo dunque gli strumenti algebrici per risolvere l'equazione: si tratta di usare la formula con il Δ .

Nel nostro caso abbiamo che Δ è uguale a

$$\Delta = b^2 - 4ac = 24\,000 \text{ m}^2/\text{s}^2,$$

che è un valore **positivo**: quindi esistono due soluzioni distinte. Perché?

Tempo di caduta



L'equazione descrive il moto di un corpo soggetto alla gravità, ma quel corpo potrebbe avere avuto una velocità iniziale verso l'alto che lo ha portato a h_0 : la quota h potrebbe quindi essere raggiunta in due momenti diversi.

Tempo di caduta

Se risolviamo l'equazione

$$-10 \text{ m/s}^2 t^2 + 600 \text{ m} = 0$$

otteniamo che

$$t_{1/2} = \pm \sqrt{60 \text{ s}^2} \approx \pm 8 \text{ s}.$$

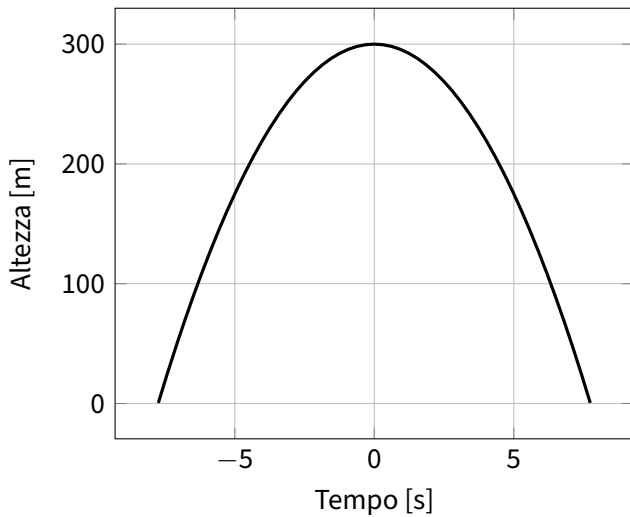
Quindi quanto tempo impiega il masso per cadere?

Tempo di caduta

Il nostro cronometro è partito all'istante $t = 0$, perché questo è l'istante a cui abbiamo fissato che l'altezza h fosse 300 m.

Quindi il tempo di caduta è 8 s: il tempo -8 s indica in che istante si sarebbe dovuto lanciare verso l'alto il masso (dal punto in cui ci troviamo) perché poi la sua caduta sia quella osservata.

Caduta del masso



Come risolvere gli esercizi

Il metodo che abbiamo seguito per sostituire immediatamente i numeri nell'equazione

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

per arrivare a

$$0 = 600 \text{ m} - 10 \text{ m/s}^2 t^2$$

è stato utile per vedere quali quantità fossero note e quali no. Ma **non è** un buon modo per risolvere gli esercizi!

Come risolvere gli esercizi

Supponiamo di avere le seguenti quantità:

$$l_1 = 10 \text{ m}, \quad l_2 = 11 \text{ m},$$

e di dover calcolare la quantità

$$X = \alpha + \beta - l_1,$$

dove

$$\alpha \equiv \frac{l_2^2 - l_1^2}{l_2},$$

$$\beta \equiv \frac{l_1^2}{l_2}.$$

Come risolvere gli esercizi

Se procediamo passo dopo passo, dovremmo prima calcolare α e β , e poi ricavare X . Quindi:

$$\alpha = \frac{l_2^2 - l_1^2}{l_2} = \frac{(11 \text{ m})^2 - (10 \text{ m})^2}{11 \text{ m}} \approx 2 \text{ m},$$

$$\beta = \frac{l_1^2}{l_2} = \frac{(10 \text{ m})^2}{11 \text{ m}} \approx 9 \text{ m}.$$

Ora calcoliamo X :

$$X = \alpha + \beta - l_1 = 2 \text{ m} + 9 \text{ m} - 10 \text{ m} \approx 1 \text{ m}.$$

Questo modo di procedere è piuttosto impreciso.

Come risolvere gli esercizi

Il modo giusto per risolvere i problemi di fisica è quello di ottenere l'equazione risolutiva tramite calcolo letterale, e solo alla fine sostituire i valori numerici. (Obbligatorio all'esame!)

Nell'esempio appena fatto, se si esplicitano α e β si vede che

$$\begin{aligned} X &= \alpha + \beta - l_1 = \frac{l_2^2 - l_1^2}{l_2} + \frac{l_1^2}{l_2} - l_1 = \\ &= l_2 - l_1 = 1 \text{ m.} \end{aligned}$$

Il conto numerico non è più approssimato, e il calcolo è molto semplice!

Come risolvere gli esercizi

Ci sono altri vantaggi nello svolgere i calcoli in forma algebrica:

1. È più facile verificare la consistenza delle unità di misura (si fa alla fine una volta per tutte, anziché ad ogni passaggio);
2. Si capisce in che modo la soluzione dipende dalle variabili del problema.

All'esame sarà richiesto di fornire la risposta algebrica prima di quella numerica.

Un'utile formula

Nel moto rettilineo uniformemente accelerato è spesso utile trovare l'aumento di velocità dopo aver percorso una certa lunghezza. È possibile dedurre una semplice formula matematica che ci sarà utile quando introdurremo il concetto di energia.

Il problema è il seguente: un corpo si sposta di moto rettilineo uniformemente accelerato, percorrendo una distanza Δx e passando da una velocità v_i a una velocità v_f . Trovare l'espressione di v_f in funzione di v_i , a e Δx .

Un'utile formula

Per risolvere il problema, dobbiamo calcolare quanto tempo è richiesto per percorrere una distanza Δx , mediante la legge oraria

$$\Delta x = x - x_0 = v_i t + \frac{1}{2} a t^2,$$

e poi usare il tempo t trovato nella formula

$$v_f = v_i + at.$$

Un'utile formula

Il tempo si ricava risolvendo l'equazione

$$\frac{1}{2}at^2 + v_i t - \Delta x = 0,$$

che ha soluzione

$$t = \frac{-v_i \pm \sqrt{v_i^2 + 2a\Delta x}}{a}.$$

La velocità finale è quindi

$$\begin{aligned} v_f &= v_i + at = v_i + (-v_i \pm \sqrt{v_i^2 + 2a\Delta x}) = \\ &= \pm \sqrt{v_i^2 + 2a\Delta x}. \end{aligned}$$

Un'utile formula

Se si eleva al quadrato, il segno $\pm$ e la radice quadrata scompaiono e si ottiene

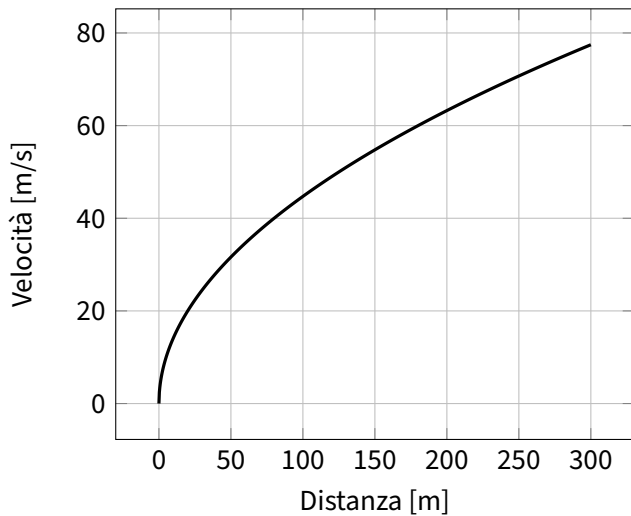
$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$$

Notare che il tempo non compare! Questa equazione è spesso usata negli esercizi, accanto a quelle che ben conosciamo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2,$$

$$v = v_0 + at.$$

Caduta del masso



Esercizi

- ▶ La testa di un serpente a sonagli, nel colpire la sua vittima, può accelerare fino a 50 m/s^2 . Se un'automobile potesse fare altrettanto, in quanto tempo raggiungerebbe la velocità di 108 km/h ? [R: 0.6 s]
- ▶ I freni di un'automobile sono in grado di applicare un'accelerazione di 5.0 m/s^2 . Se si viaggia a 144 km/h e ci si accorge della presenza della polizia stradale, in quanto tempo potremmo scendere sotto i 108 km/h ? [R: 2.0 s]

Esercizi

- Un'automobile parte da ferma e ha un'accelerazione costante di 8 m/s^2 . A che velocità viaggia dopo 10 s? Qual è la sua velocità media nel tempo tra $t = 0$ e $t = 10 \text{ s}$? Quanta strada percorre in questo intervallo? [R: 80 m/s ; 40 m/s ; 400 m]
- Un'automobile a reazione raggiunge la velocità record di 720 km/h ; essa è capace di rallentare con una decelerazione pari a circa $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$. Quanto tempo impiega per fermarsi? Che distanza percorre durante la frenata? [R: 20 s ; 2 km]

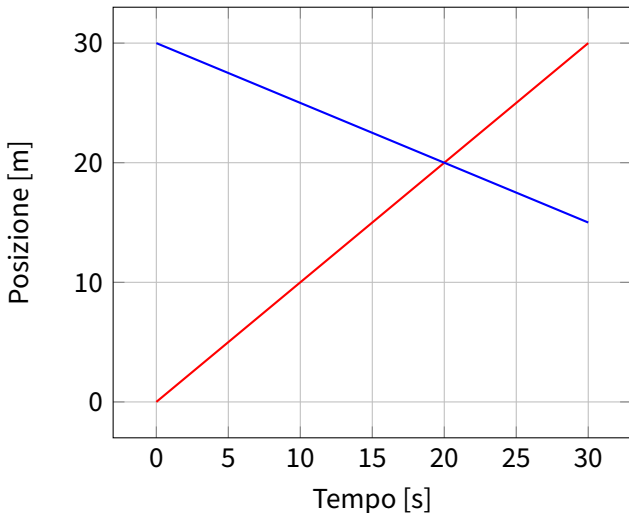
Traiettorie di più corpi

È possibile generalizzare quanto fatto in precedenza nel caso in cui più corpi partecipino alla dinamica.

Prendiamo ad esempio il seguente problema: due persone che si trovano inizialmente a 30 m di distanza, camminano una verso l'altra alle velocità $v_1 = 1 \text{ m/s}$ e $v_2 = -0.5 \text{ m/s}$. Dopo quanto tempo e in quale punto si incontrano?

Traiettorie di più corpi

Per risolvere questo problema è utile visualizzare graficamente le posizioni dei due corpi:



Traiettorie di più corpi

Il moto di ognuna delle persone è descrivibile da una legge oraria che descrive un moto uniforme, $x = x(0) + v t$, in questo caso:

$$x_1(t) = 0 \text{ m} + t \times 1 \text{ m/s}$$

$$x_2(t) = 30 \text{ m} - t \times 0.5 \text{ m/s}$$

Il punto (x_x, t_x) in cui le due rette x_1 e x_2 si incrociano corrisponde al punto in cui le due persone si incontreranno.

Traiettorie di più corpi

In particolare avremo che $x_x = x_1(t_x) = x_2(t_x)$ quando:

$$0 + t_x \times 1 \text{ m/s} = 30 \text{ m} - t_x \times 0.5 \text{ m/s}$$

e quindi

$$t_x = \frac{30 \text{ m}}{1.5 \text{ m/s}} = 20 \text{ s}$$

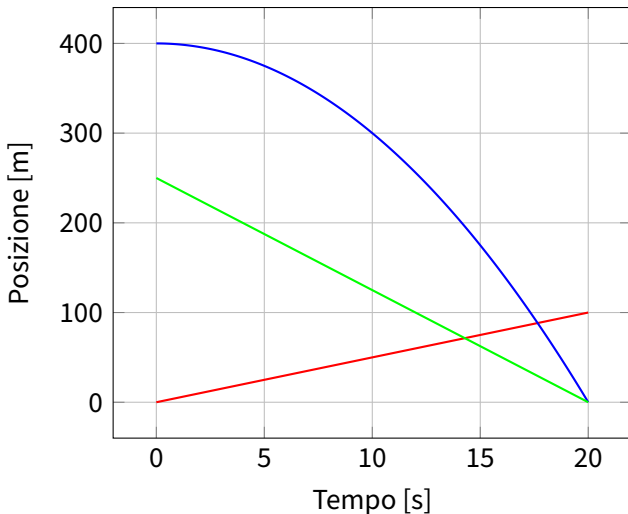
Il punto x_x si trova sostituendo t_x nelle leggi orarie:

$$x_1(t_x) = 0 \text{ m} + 20 \text{ s} \times 1 \text{ m/s} = 20 \text{ m}$$

$$x_2(t_x) = 30 \text{ m} - 20 \text{ s} \times 0.5 \text{ m/s} = 20 \text{ m}$$

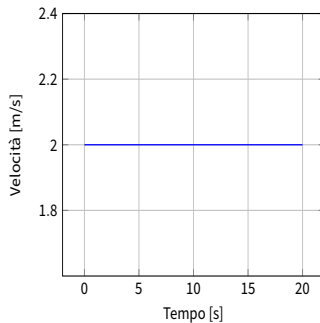
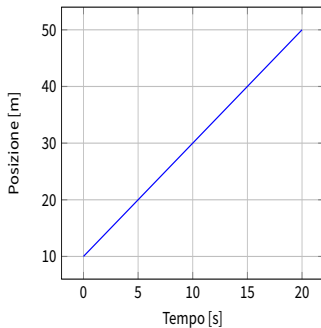
Traiettorie di più corpi

Lo stesso metodo è adottabile per descrivere più traiettorie generiche:



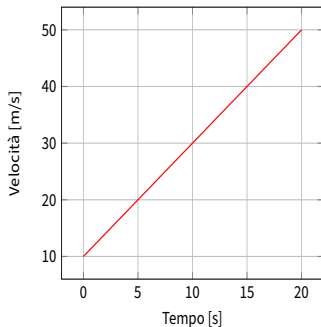
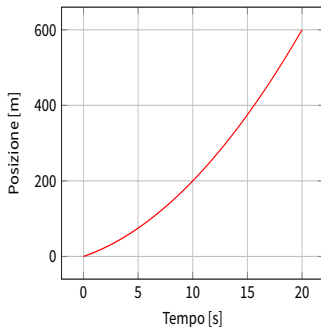
Ripasso Grafico Leggi Orarie

Moto Rettilineo Uniforme



Ripasso Grafico Leggi Orarie

Moto Uniformemente Accelerato



Part II

Le leggi della dinamica

Le leggi di Newton

Con la presentazione delle leggi di Newton iniziamo lo studio della **dinamica**, di cui Newton (1642–1727) è stato il fondatore.

La dinamica cerca di spiegare le cause del moto dei corpi.



La prima legge

Fu Galileo Galilei a intuire che se si rimuovessero tutte le irregolarità del terreno e gli “accidenti”, una sfera perfettamente liscia proseguirebbe indefinitamente nel suo moto rettilineo uniforme.

Newton inglobò il pensiero di Galileo nella prima legge, detta **“principio di inerzia”**:

“Un corpo persiste nel suo stato iniziale di quiete o moto rettilineo uniforme, a meno che non sia soggetto all’azione di forze esterne”.

Esempi della prima legge

1. Quando si sta su un autobus che frena, si avverte una spinta in avanti.
2. Quando si smette di pedalare in bicicletta, questa non si ferma all'improvviso.
3. La Terra ruota attorno al Sole senza che alcuna forza la spinga.

Esempi della prima legge



<https://www.youtube.com/watch?v=6ukMId5fIi0>

Le leggi di Newton

1. Un corpo persiste nel suo stato iniziale di quiete o moto rettilineo uniforme, a meno che non sia soggetto all'azione di forze esterne.
2. L'accelerazione a di un corpo di massa m è legata alla somma con segno delle forze esterne F_i agenti su di esso dall'equazione:

$$ma = \sum_i F_i.$$

3. Se un corpo A esercita una forza F sul corpo B, il corpo B esercita una forza $-F$ sul corpo A (principio di azione e reazione).

La seconda legge

La prima legge è ambigua nel definire cosa sia una “forza”. La seconda legge ne definisce quantitativamente l'effetto:

“L'accelerazione a di un corpo di massa m è legata alla somma con segno delle forze esterne F_i agenti su di esso dall'equazione:

$$ma = \sum_i F_i$$

La scrittura $\sum_i F_i$ indica una somma in cui i termini sono dati variando l'indice i :

$$\sum_i F_i \equiv F_1 + F_2 + \dots$$

La seconda legge

L'unità di misura della forza si ricava dall'eguaglianza

$$[ma] = \left[\sum_i F_i \right],$$

da cui

$$[F] = \text{kg m/s}^2 \equiv \text{N} \quad (\text{Newton}).$$

Significato della massa

La “massa” introdotta nella seconda legge è detta **massa inerziale**, e si misura in kilogrammi (kg). Essa quantifica la capacità di un corpo di rispondere all'azione di una forza:

$$a = \frac{\sum_i F_i}{m}.$$

Maggiore è la massa di un corpo, minore è l'accelerazione. Ciò è intuitivo: è più difficile mettere in moto corpi pesanti.

La seconda legge

Quali tipi di forze esistono? La lista è lunga:

- ▶ La forza di gravità;
- ▶ La forza inerziale;
- ▶ Le forze di attrito;
- ▶ La forza di richiamo di una molla;
- ▶ Le forze elettromagnetiche;
- ▶ Etc.

Esempi quantitativi

Alcuni ordini di grandezza:

- ▶ Per sollevare una confezione di 6 bottiglie d'acqua da 1.5 L, dovete imprimere una forza di quasi 100 N;
- ▶ Alle olimpiadi di Sydney del 2000, il sollevatore di pesi Reza Zadeh Hossein sollevò un peso esercitando una forza di 4720 N;
- ▶ Il pugno di un pugile professionista imprime una forza di circa 5000 N;
- ▶ Una costola si rompe se sottoposta a una sollecitazione di 3000 N (femore: 4000 N).

Esempio: la forza gravitazionale

La forza più semplice è quella gravitazionale (F_g). Per un corpo di massa m , essa è diretta verso il basso con intensità

$$F_g = mg,$$

dove $g \simeq 10 \text{ m/s}^2$ è l'accelerazione di gravità.

È l'unica forza proporzionale alla massa. Questo significa che se è l'unica forza ad agire, allora

$$ma = mg \quad \rightarrow \quad a = g,$$

e l'accelerazione del corpo è indipendente dalla sua massa.

Massa e peso

In Fisica, la parola “peso” è un sinonimo della forza gravitazionale F_g che abbiamo appena visto ($F_g = mg$).

La “forza peso” è quindi una quantità proporzionale alla massa.

La differenza è che il kg *massa* ha sempre lo stesso valore indipendentemente dal contesto, mentre il kg *peso* è associato ad una accelerazione di gravità, che può variare a seconda dei casi (su Marte, sulla Luna, etc.).

Apollo 17



https://www.youtube.com/watch?v=DYDqB_G5PCo

Massa e peso

Il peso è un effetto esclusivamente gravitazionale, mentre la massa entra in gioco qualsiasi sia la forza esercitata.

Per misurare la massa si può quindi fare affidamento non solo sulla forza di gravità, ma su qualsiasi altra forza.

Misurare masse nello spazio



<https://www.youtube.com/watch?v=8rt3udip7l4>